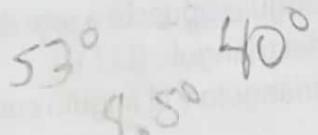


Primero, se calcula la medida del ángulo γ . Como $y + 53^\circ + 40^\circ = 180^\circ$, entonces, se tiene que $y = 87^\circ$.

Luego, se aplica la ley de senos, así:

$$\frac{\sin 40^\circ}{b} = \frac{\sin 87^\circ}{4,5} \text{ de donde } b = \frac{4,5 (\sin 40^\circ)}{\sin 87^\circ}$$

Finalmente, se simplifica y se obtiene que la medida de b es aproximadamente 2,9 cm.



Actividad

- 1 Escribe **V**, si la proposición es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica tu respuesta.

- La ley de senos solo se puede aplicar en triángulos no rectángulos. **F**

Se puede aplicar en cualquier triángulo.

50

- Si los lados de un triángulo son a , b y c y los ángulos opuestos son α , β y γ respectivamente, entonces se cumple que $a \cdot \sin \alpha = b \cdot \sin \beta$. **F**

La ley del seno es: $a \cdot \sin B = b \cdot \sin A$

- La razón trigonométrica **seno**, en un triángulo rectángulo, es un caso particular de la ley de senos.

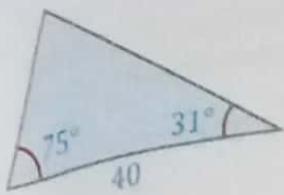
V

Si aplicas la ley de senos a un rectángulo ABC, con ángulo recto (90°) en el vértice C, $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin 90^\circ} = \frac{c}{\sin \alpha}$.
 $\sin B = b/c = \text{cateto opuesto / hipotenusa}$.

- Si los ángulos α y β de un triángulo son complementarios, y a , b son los lados opuestos respectivamente, entonces se cumple que: $b \cdot \cos \beta = a \cdot \sin \beta$. **V**

Si $A + B = 90^\circ \Rightarrow C = 90^\circ$ es triángulo rectángulo ABC, recto en C, $\sin B = b/c$; $\cos B = a/c$ reemplaza en el dato $b \cdot \cos B = a \cdot \sin B \Rightarrow b \cdot (a/c) = a \cdot (b/c)$.

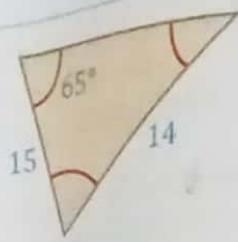
2 Resuelve los siguientes triángulos.



$$\frac{\operatorname{Sen} 31^\circ}{6} = \frac{\operatorname{Sen} 74}{40}$$

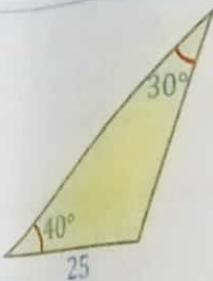
$$6 = \frac{40 (\operatorname{Sen} 31)}{\operatorname{Sen} 74}$$

$$= 21.4$$



$$\frac{14}{\operatorname{Sen} 65^\circ} = \frac{c}{\operatorname{Sen} 39}$$

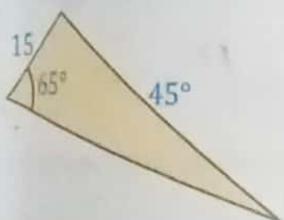
$$\frac{14 \cdot \operatorname{Sen} 39}{\operatorname{Sen} 65^\circ} = c = 9.72$$



$$\frac{\operatorname{Sen} 30^\circ}{6} = \frac{\operatorname{Sen} 110}{25}$$

$$6 = \frac{25 (\operatorname{Sen} 30^\circ)}{\operatorname{Sen} 110}$$

$$= 7.62.1$$



$$\frac{45}{\operatorname{Sen} 65} \cdot \operatorname{Sen} 97.42$$

$$= 49.23$$

D El volumen V de la pirámide triangular recta que se muestra en la siguiente figura, está dado por la expresión $V = \frac{1}{3}bh$, donde b es el área de la base y h es la altura de la pirámide.

- Halla la altura de la pirámide.
- Calcula el volumen de la pirámide.



$$h = 22,49$$
$$V = 220,627$$

D Resuelve los siguientes problemas.

- 1 Un helicóptero busca atenazar en medio de dos casas que se encuentran separadas 200 m . Si se mide el ángulo de elevación desde cada casa hasta el punto P en el que se ubica el helicóptero en un instante dado, se obtienen las medidas 45° y 30° . ¿A qué altura se encuentra el helicóptero en ese momento?

$$\alpha = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ$$

$$\beta = 45^\circ$$

$$x = h \cdot \tan(60^\circ) / \tan(30^\circ)$$

$$x = 1,73h$$

$$200 = h \cdot 1,73h$$

$$200 = 1,73h^2$$

$$200 = 1,73h$$

$$h = (200 / 1,73)$$

$$h = 73,26$$

- 2 En un automóvil, la manivela del cigüeñal tiene 10 cm de longitud y la biela tiene 23 cm . Cuando el ángulo α es de 15° , qué tan lejos está el punto P del centro O del cigüeñal?



$$\alpha = 48,27$$

$$\beta = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$$

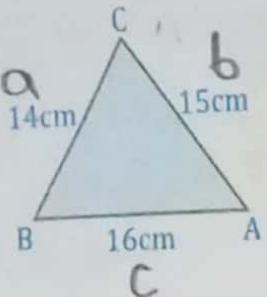
$$\beta = 16,63$$

$$\sin(\beta) = 0,89$$

$$= 23,38$$

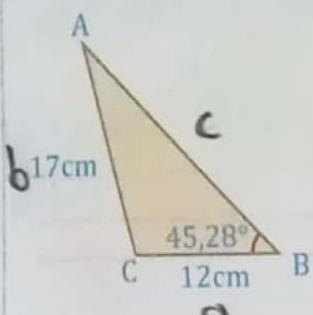
Actividad

1 Resuelve los siguientes triángulos.



$$\cos^{-1} \left(\frac{14^2 + 15^2 - 16^2}{2 \cdot 14 \cdot 15} \right) = A$$

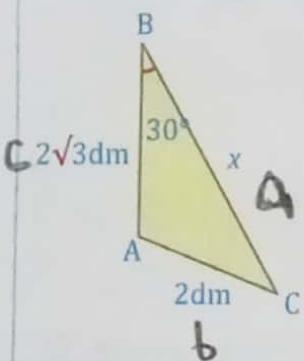
$$A = 53.57^\circ$$



$$\sqrt{17^2 + 12^2 - 2 \cdot 17 \cdot 12 \cdot \cos 45.28}$$

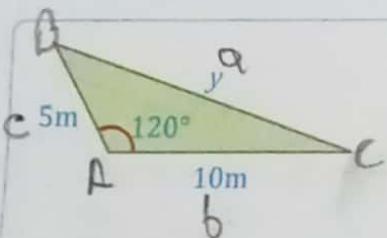
$$x = 17.67$$

54



$$\sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \cos 30}$$

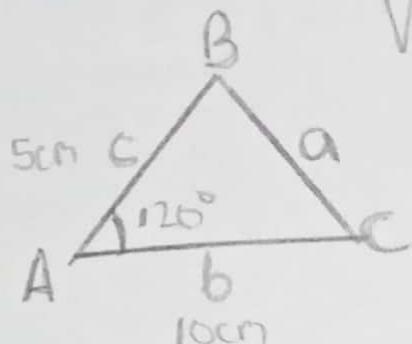
$$x = 4.63$$



$$\sqrt{x^2} = \sqrt{10^2 + 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \cos 120}$$

$$x = 13.22$$

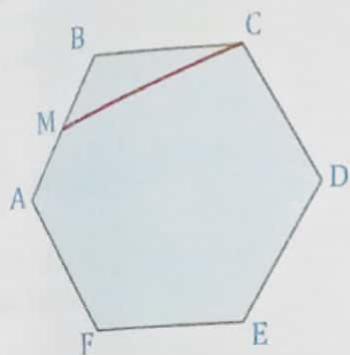
- 2 Realiza la figura y resuelve.
Los dos lados consecutivos de un paralelogramo miden 5cm y 10 cm, respectivamente, y forman un ángulo entre sí de 120° . Calcula las medidas de las diagonales del paralelogramo.



$$\sqrt{x^2} = \sqrt{10^2 + 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ}$$

$$x = 13,22$$

- 3 La siguiente figura representa un hexágono regular ABCDEF, con 6cm de lado, donde M es el punto medio del lado \overline{AB} . Calcula la medida del segmento \overline{MC} .

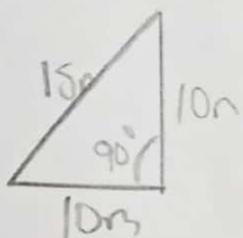


Es 8cm. Porque, cada uno de los lados mide 6cm y Mesta en la mitad de un lado. Entonces la distancia a correr de C con M es 8cm.

55

Lee y resuelve.

- ① En una construcción, dos vigas de 10m están soldadas por sus extremos y forman un triángulo con otra viga de 15m. Halla los ángulos que forman las vigas entre sí.



$$\operatorname{Sen} \theta = \frac{10}{15} \text{ m}$$

$$\theta = 41,81$$

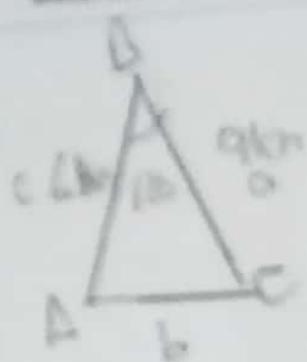
$$41,81 + x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$131,81 + x = 180$$

$$x = 180^\circ - 131,81$$

$$x = 48,19$$

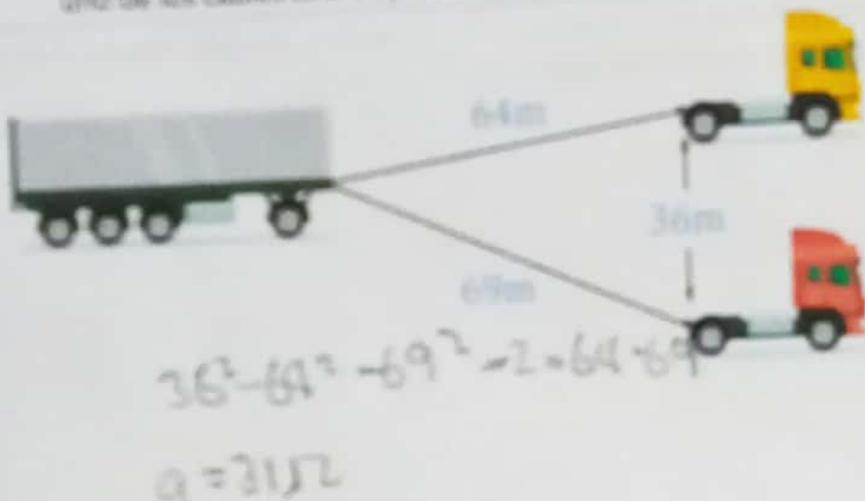
- ① Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y planas. La distancia entre A y B es de 6km, entre B y C es de 7 km. El ángulo formado por ambas carreteras es 120° . ¿Cuál es la distancia entre A y C?



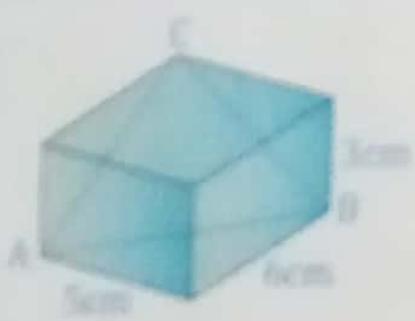
$$\sqrt{9^2 + 6^2 - 2 \cdot 9 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ}$$

$$A = 130.7$$

- ② Dos remolques que están separados por 36 metros tiran de un contenedor. Si la longitud de uno de los cables es 64m y la del otro es de 60m, determina el ángulo que forman entre sí.



- ③ Un sólido rectangular tiene lados como se indica en la imagen. Encuentra su V.A.



$$5^2 + 3^2 = 34$$

$$5^2 + 6^2 = 61$$

$$3^2 + 6^2 = 45$$

$$(34^2 + 61^2 + 45^2)^{1/2} \\ = 690\text{ cm}^3$$