

y que senos, así:

$$\frac{\text{sen } 40^\circ}{b} = \frac{\text{sen } 87^\circ}{4,5} \text{ de donde } b = \frac{4,5 (\text{sen } 40^\circ)}{\text{sen } 87^\circ}$$

Finalmente, se simplifica y se obtiene que la medida de b es aproximadamente 2,9 cm.



1 Escribe V, si la proposición es verdadera o F, si es falsa. Justifica la respuesta.

- La ley de senos solo se puede aplicar en triángulos no rectángulos. F

Es aplicable a todos los lados.

- Si los lados de un triángulo son a, b y c y los ángulos opuestos son α, β y γ respectivamente, entonces se cumple que $a \bullet \text{sen } \alpha = b \bullet \text{sen } \beta$. F

La expresión demuestra que el cociente entre un lado y el seno del ángulo opuesto es constante para todo triángulo.

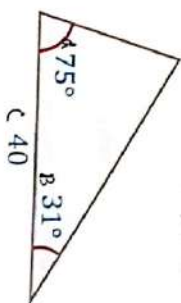
- La razón trigonométrica seno, en un triángulo rectángulo, es un caso particular de la ley de senos. V

Sea un triángulo cualquiera con lados a, b, c y con ángulos interiores A, B y C son ángulos opuestos a los lados, entonces se cumple.

- Si los ángulos α y β de un triángulo son complementarios, y a, b son los lados opuestos respectivamente, entonces se cumple que: $b \bullet \text{cos } \beta = a \bullet \text{sen } \beta$. V

El único triángulo que los ángulos son complementarios es en el triángulo rectángulo.

2 Resuelve los siguientes triángulos.



$$C: 180^\circ - A^\circ - B^\circ$$

$$180^\circ - 75 - 31 = 74$$

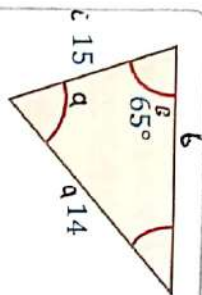
$$\sin(74)$$

$$\sin(75) = 40$$

$$a = 40 \cdot \frac{\sin(74)}{\sin(75)}$$

$$\sin(31) = 40$$

$$b = 21$$



$$b^2 = (14^2 + 15^2) - (2 \times 14 \times 15) \cos 65^\circ$$

$$(196 + 225) - 420 \times 0.423$$

$$421 - 420 \times 0.423$$

$$421 - 177.500$$

$$243.5$$

$$\sqrt{243.5} = 15.604$$

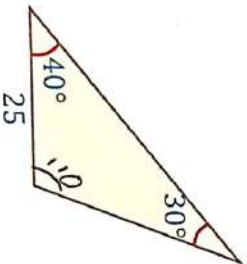
$$14 = \sin(65) / 15.604$$

$$0.906 \times 14 / 0.813$$

$$\sin^{-1}(0.813)$$

$$= 54.402^\circ$$

$$180^\circ - A - B = 60$$



$$C: 180 - A - B$$

$$180 - 40 - 30 = 110$$

$$\sin(30) = 25 / \sin(110)$$

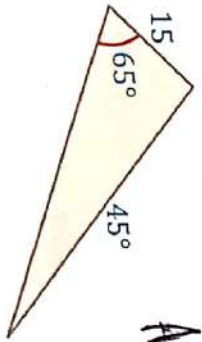
$$\sin(40) \times 25 / \sin(110)$$

$$a = 17.101$$

$$\sin(30) = 25 / \sin(110)$$

$$(5 \sin(30) \times 25) / \sin(110)$$

$$b = 13.302$$

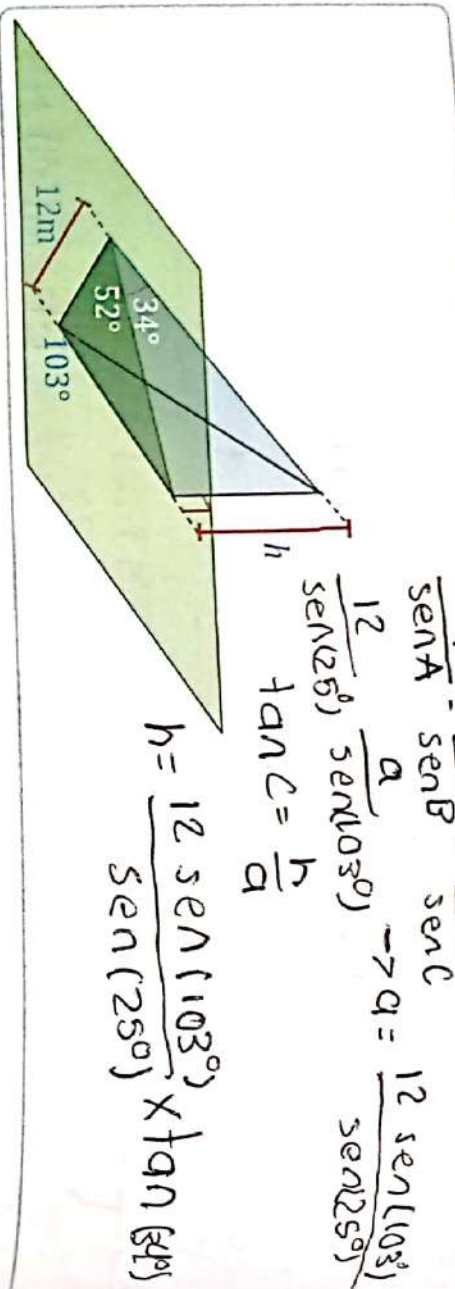


$$A \approx 45^2 + 15^2 - 2 \times (45) (15) \cos(90^\circ) = 47.4$$

$$A = 47.4$$

- 3 El volumen V de la pirámide triangular recta que se muestra en la siguiente figura, está dada la expresión $V = \frac{1}{3} Bh$, donde B es el área de la base y h es la altura de la pirámide.

- a) Halla la altura de la pirámide
 b) Calcula el volumen de la pirámide.



- 4 Resuelve los siguientes problemas.

- a) Un helicóptero busca aterrizar en medio de dos casas que se encuentran separadas 200m. Si se mide el ángulo de elevación desde cada casa hasta el punto P en el que se ubica el helicóptero en un instante dado, se obtienen las medidas 30° y 45° . ¿A qué altura se encuentra el helicóptero en ese momento?

$$A = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$$

$$B = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

$$X = 5 \sin(60^\circ) = h / \sin(30^\circ) = 1,73h \quad (1)$$

$$(200 - X) / \sin(45^\circ) = h / \sin(45^\circ) = X = 200 - h \quad (2)$$

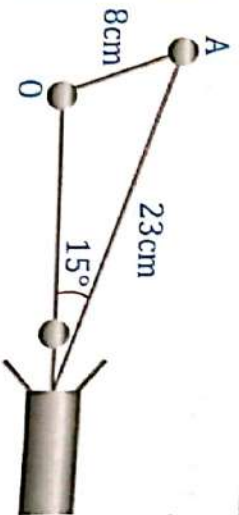
$$200 = 1,73h + h$$

$$200 = 2,73h$$

$$h = (200) / (2,73)$$

$$h = 73,26 \text{ m}$$

- b) En un automóvil, la manivela del cigüeñal tiene 8 cm de longitud y la biela tiene 23 cm. El ángulo OPA es de 15° , qué tan lejos está el pistón P del centro O del cigüeñal?



$$\frac{8}{\sin 15^\circ} = \frac{23}{\sin(\theta)}$$

$$30,77 = \frac{23}{\sin(\theta)}$$

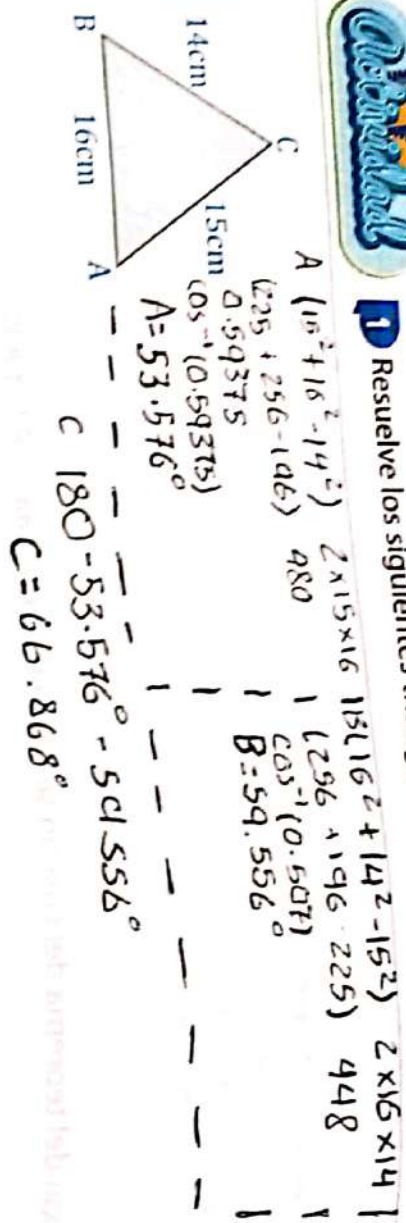
$$\sin^{-1}(0) = 48,37^\circ$$

$$A = 180 - 15 - 48,37 = 116,63^\circ$$

$$\frac{8 \times 0,89}{0,26} = \frac{7,18}{0,26} = 27,38$$



1 Resuelve los siguientes triángulos.



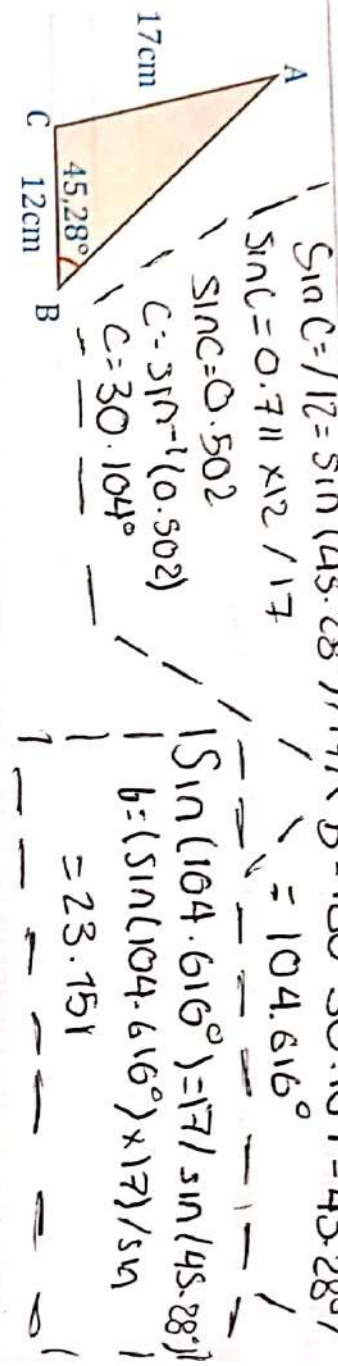
$$A = (16^2 + 16^2 - 14^2) / (2 \times 16 \times 16) = 2 \times 15 \times 16 = 15 (16^2 + 14^2 - 15^2) / (2 \times 16 \times 14)$$

$$A = (225 + 256 - 196) / 480 = 285 / 480 = 0.59375$$

$$A = \cos^{-1}(0.59375) = 53.576^\circ$$

$$C = 180 - 53.576^\circ - 59.556^\circ = 66.868^\circ$$

$$B = 59.556^\circ$$



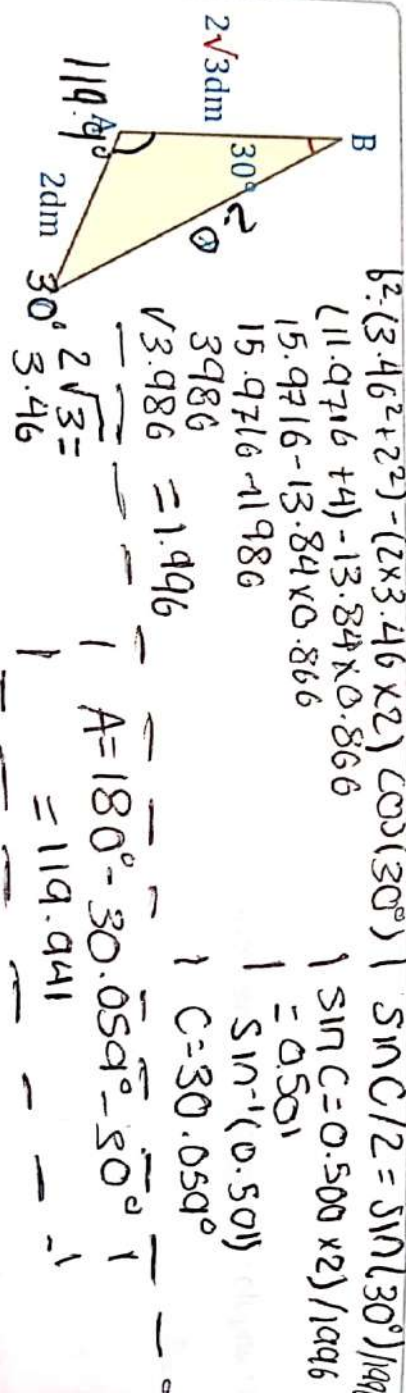
$$\sin C = 12 = \sin A (45.28^\circ) / 17 \Rightarrow B = 180^\circ - 30.104^\circ - 45.28^\circ /$$

$$\sin C = 0.711 \times 12 / 17 = 104.616^\circ$$

$$\sin C = 0.502$$

$$C = \sin^{-1}(0.502) = 30.104^\circ$$

$$B = (180 - 104.616^\circ - 30.104^\circ) / \sin 17 = 23.151^\circ$$



$$b^2 = (3.46^2 + 2^2) - (2 \times 3.46 \times 2) \cos(30^\circ) \quad \sin C / 2 = \sin(30^\circ) / 1.996$$

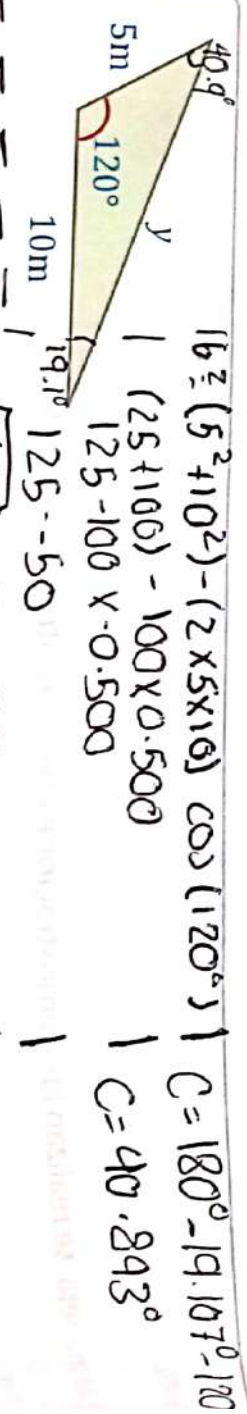
$$(11.9716 + 4) - 13.84 \times 0.866 = \sin C = 0.500 \times 2 / 1.996$$

$$15.9716 - 13.84 \times 0.866 = 0.501$$

$$15.9716 - 11.986 = \sin^{-1}(0.501) = 30.059^\circ$$

$$3.986 = 1.996 \quad C = 30.059^\circ$$

$$A = 180^\circ - 30.059^\circ - 30.059^\circ = 119.941^\circ$$



$$16^2 = (5^2 + 10^2) - (2 \times 5 \times 10) \cos(120^\circ) \quad C = 180^\circ - 19.107^\circ - 120^\circ$$

$$(25 + 100) - 100 \times 0.500 = 125 - 100 \times 0.500 = 125 - 50 = 75$$

$$\sqrt{75} = 8.66 \quad C = 40.893^\circ$$

$$\sin A / 5 = \sin(120^\circ) / 10$$

$$\sin A = 0.866 \times 5 / 10 = 0.433$$

$$\sin A = 0.327 \quad A = 19.107^\circ$$

$$A = \sin^{-1}(0.327)$$

2 Realiza la figura y resuelve.

Los dos lados consecutivos de un paralelogramo miden 5 cm y 10 cm, respectivamente, y forman un ángulo entre sí de 120° . Calcula las medidas de las diagonales del paralelogramo.

$$\text{Sen } 30^\circ = d/10$$

$$d = 10 \cdot \text{sen } 30^\circ$$

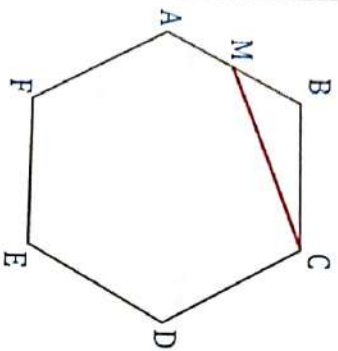
$$d = 5$$

$$d = 10 \cdot \text{sen } 60^\circ = D/10$$

$$D = 10 \cdot \text{sen } 60^\circ = 8,6$$

$$|\text{diagonal}| = 17,2$$

3 La siguiente figura representa un hexágono regular ABCDEF, con 6 cm de lado, donde M es el punto medio del lado AB. Calcula la medida del segmento MC.



$$BC = 6 \text{ cm}$$

$$AB = 6 \text{ cm}$$

$$AM = 3 \text{ cm}$$

$$MB = 3 \text{ cm}$$

$$h^2 = a^2 + b^2$$

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$h = \sqrt{3^2 + 6^2}$$

$$h = \sqrt{9 + 36}$$

$$h = \sqrt{45}$$

$$h = 6,70$$

4 Lee y resuelve.

3 En una construcción, dos vigas de 10 m están soldadas por sus extremos y forman un triángulo con otra viga de 15 m. Halla los ángulos que forman las vigas entre sí.

$$\text{Sen } \theta = \frac{10 \text{ m}}{15 \text{ m}}$$

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{10}{15}\right)$$

$$\theta = 41,81$$

$$41,81 + \alpha + 90^\circ = 180^\circ$$

$$131,81 + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 131,81$$

$$\alpha = 48,19$$

- b) Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y planas. La distancia entre A y B es de 6 km, entre B y C es de 9 km. El ángulo formado por ambas carreteras es 120° . Encuentra la distancia entre A y C?

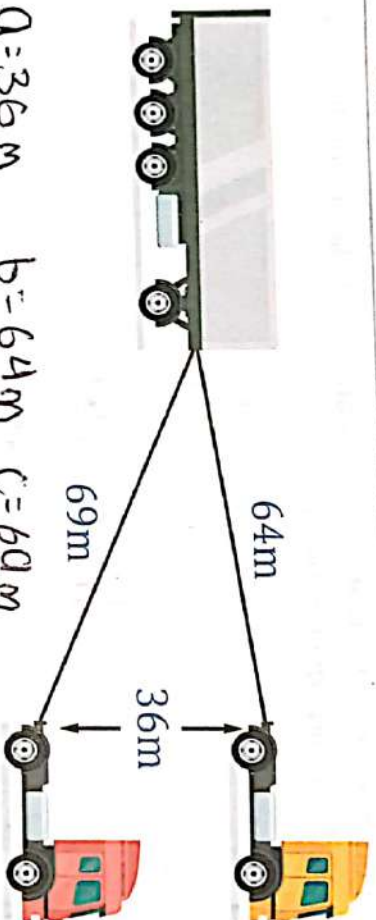
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \cos 120^\circ$$

$$AC^2 = (6 \text{ km})^2 + (9 \text{ km})^2 - 2 \times 6 \text{ km} \times 9 \text{ km} (-0.5)$$

$$AC = \sqrt{36 \text{ km}^2 + 81 \text{ km}^2 + 54 \text{ km}^2}$$

$$AC = 13,08 \text{ km}$$

- c) Dos remolques que están separados por 36 metros tiran de un contenedor. Si la longitud de los cables es 64 m y la del otro es de 69 m, determina el ángulo que forman entre ellos.



$$a = 36 \text{ m} \quad b = 64 \text{ m} \quad c = 69 \text{ m}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos a$$

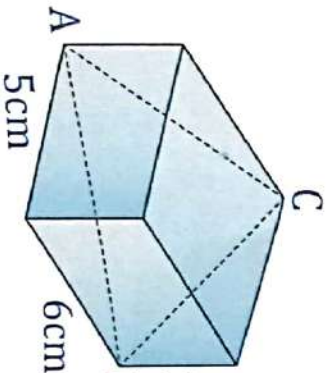
$$0 \text{ o } 2a = -(a^2 - b^2 - c^2) / 2bc$$

$$a = [(a^2 - b^2 - c^2) / 2bc]$$

$$a = [(-136^2 - 64^2 - 69^2) / 2 \times 64 \times 69]$$

$$a = 31,12$$

- d) Un sólido rectangular tiene lados como se indica en la imagen. Encuentra $m \angle CAB$.



$$AC^2 = (6 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 \quad AC = 6,71 \text{ cm}$$

$$AB = (6 \text{ cm})^2 + (5 \text{ cm})^2 \quad AB = 7,81 \text{ cm}$$

$$CB = (5 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 \quad CB = 5,83 \text{ cm}$$

$$\cos CB = AC^2 + AB^2 - 2 \times AC \times AB \times \cos \angle CAB$$

$$= (2 \times 6,71 \times 7,81) = 46,58^\circ$$