



1 Escribe V, si la proposición es verdadera o F, si es falsa. Justifica tu respuesta.

- La ley de senos solo se puede aplicar en triángulos no rectángulos.

(V) Porque la ley del seno nos permite resolver triángulos no rectángulos (que ninguno de sus ángulos es igual a 90°)

- Si los lados de un triángulo son a, b y c y los ángulos opuestos son α, β y γ respectivamente, entonces se cumple que $a \cdot \text{sen } \alpha = b \cdot \text{sen } \beta$.

(F) Porque la expresión del término del seno, expresa que el seno es el cociente entre un lado y el seno del ángulo opuesto, es una constante para todo triángulo.

$$\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \gamma}$$

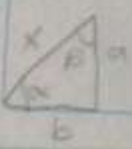
- La razón trigonométrica seno, en un triángulo rectángulo, es un caso particular de la ley de senos.

(V) Porque el ángulo opuesto a la hipotenusa es 90° .

$$\frac{h}{\text{sen}(90^\circ)} = \frac{b}{\text{sen } \beta}$$

- Si los ángulos α y β de un triángulo son complementarios, y a, b son los lados opuestos respectivamente, entonces se cumple que: $b \cdot \text{cos } \beta = a \cdot \text{sen } \beta$.

(F) $\text{cos } \beta = \frac{a}{x}$ $\text{sen } \beta = \frac{b}{x}$ $x = \frac{a}{\text{cos } \beta}$ $x = \frac{b}{\text{sen } \beta}$

$$\frac{a}{\text{cos } \beta} = \frac{b}{\text{sen } \beta} \rightarrow \text{sen } \beta \cdot a = \text{cos } \beta \cdot b$$


2 Resuelve los siguientes

$\alpha = 75^\circ + 31^\circ = 106^\circ$
 $\alpha = 180 - 75 - 31$
 $\alpha = 74^\circ$
 $\frac{a}{\text{sen}(75^\circ)} = \frac{40}{\text{sen}(74^\circ)}$
 $a = \frac{40 \cdot \text{sen}(75^\circ)}{\text{sen}(74^\circ)} = \frac{38,6}{0,96} = 40,20$

$\frac{b}{\text{sen}(31^\circ)} = \frac{a(40,20)}{\text{sen}(75^\circ)}$
 $b = \frac{40,20 \cdot \text{sen}(21^\circ)}{\text{sen}(75^\circ)}$
 $= \frac{20,70}{\text{sen}(75^\circ)}$
 $= 21,43$

$c^2 = b^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\alpha)$
 $c^2 = 15^2 + 14^2 - 2 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 0,42$
 $c^2 = 225 + 196 - 176,4$
 $c^2 = 421 - 176,4$
 $c^2 = 244,6$
 $c = \sqrt{244,6} = 15,6$

$\alpha = 30 + 40 = 70^\circ$
 $\alpha = 180 - 30 - 40$
 $\alpha = 110$

$\frac{a}{\text{sen}(110^\circ)} = \frac{25}{\text{sen}(30^\circ)}$
 $a = \frac{25 \cdot \text{sen}(110^\circ)}{\text{sen}(30^\circ)}$
 $a = \frac{23,4}{0,5}$
 $a = 46,8$

$\frac{b}{\text{sen}(40^\circ)} = \frac{a(46,8)}{\text{sen}(110^\circ)}$
 $b = \frac{46,8 \cdot \text{sen}(40^\circ)}{\text{sen}(110^\circ)}$
 $b = \frac{30,08}{\text{sen}(110^\circ)}$
 $b = 32,01$

$c^2 = b^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(65^\circ)$
 $c^2 = 45^2 + 15^2 - 2 \cdot 15 \cdot 45 \cdot 0,42$
 $c^2 = 2.025 + 225 - 867$
 $c^2 = 2.250 - 867$
 $c^2 = 1.683$
 $c = \sqrt{1.683} = 41,02$

3 El volumen V de la pirámide triangular recta que se muestra en la siguiente figura es $2206,2$ cm³.
 la expresión $V = \frac{1}{3}Bh$, donde B es el área de la base y h es la altura de la pirámide.

- a) Halla la altura de la pirámide
- b) Calcula el volumen de la pirámide.

$x = b \cos \theta$
 $x = 17,55 \rightarrow (32,7)$
 $x^2 = 37,0 + 1069$
 $x^2 = 1.126$
 $x = \sqrt{1.126}$
 $x = 33,55$

$h =$
 $\tan 34^\circ = \frac{h}{x}$
 $0,67 = \frac{h}{33,55}$
 $h = 22,49$

$B = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 103 \cdot \sin 52^\circ$
 $B = 209,3$
 $V = \frac{1}{3} B h = \frac{1}{3} \cdot 209,3 \cdot 22,49 = 2206,2$

4 Resuelve los siguientes problemas.

- a) Un helicóptero busca aterrizar en medio de dos casas que se encuentran separadas 200 m. Si se mide el ángulo de elevación desde cada casa hasta el punto P en el que se ubica el helicóptero en un instante dado, se obtienen las medidas 30° y 45° . ¿A qué altura se encuentra el helicóptero en ese momento?

Ley Seno
 $\alpha = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ$
 $\alpha = 105^\circ$
 $A = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ$
 $A = 45^\circ$

$x = \frac{h \cdot \sin(60^\circ)}{\sin(30^\circ)}$
 $x = \frac{h \cdot 0,866}{0,5}$
 $x = 1,73h$

$\frac{200-x}{\sin(45^\circ)} = \frac{h}{\sin(45^\circ)}$
 $200-x = h \cdot \frac{\sin(45^\circ)}{\sin(45^\circ)}$
 $200-x = h \cdot 1$
 $200-x = h$
 $200-h = x$
 $x = 200-h$

$200-h = 1,73h$
 $200 = 2,73h$
 $h = \frac{200}{2,73}$
 $h = 73,26 \text{ m}$

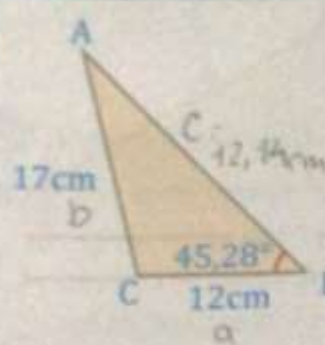
- b) En un automóvil, la manivela del cigüeñal tiene 8 cm de longitud y la biela tiene 23 cm. Cuando el ángulo OPA es de 15° , ¿qué tan lejos está el pistón P del centro O del cigüeñal?

$AO = \text{manivela}$
 $AP = \text{biela}$

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
 $\frac{8}{\sin 15^\circ} = \frac{23}{\sin \theta}$
 $\frac{8}{0,26} = \frac{23}{\sin \theta}$
 $30,77 = \frac{23}{\sin \theta}$

$\sin \theta = \frac{23}{30,77}$
 $\sin^{-1}(\theta) = 48,97^\circ$
 $A = 180^\circ - 15^\circ - 48,97^\circ$
 $A = 116,03^\circ$
 $\sin A = 0,89$

$\frac{a}{\sin A} = \frac{p}{\sin P}$
 $a = \frac{p \cdot \sin A}{\sin P}$
 $8 = \frac{p \cdot 0,89}{0,26}$
 $8 \cdot 0,26 = 0,89p$
 $2,08 = 0,89p$
 $p = \frac{2,08}{0,89}$
 $p = 2,33$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(45,28^\circ)$$

$$c^2 = 12^2 + 17^2 - 2 \cdot 12 \cdot 17 \cdot 0,70$$

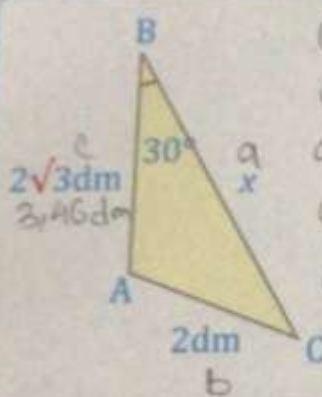
$$c^2 = 144 + 289 - 285,6$$

$$c^2 = 433 - 285,6$$

$$c^2 = 147,4$$

$$c = \sqrt{147,4}$$

$$c = 12,14 \text{ cm}$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(30^\circ)$$

$$a^2 = 2^2 + 3,46^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3,46 \cdot 0,86$$

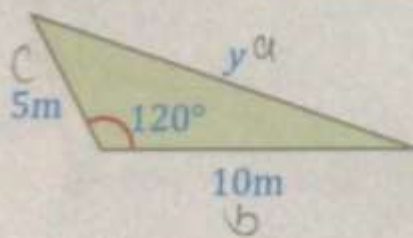
$$a^2 = 4 + 11,97 - 11,90$$

$$a^2 = 15,97 - 11,90$$

$$a^2 = 4,07$$

$$a = \sqrt{4,07}$$

$$a = 2,01$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(120^\circ)$$

$$a^2 = 10^2 + 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot (-0,5)$$

$$a^2 = 100 + 25 + (-50)$$

$$a^2 = 125 + 50$$

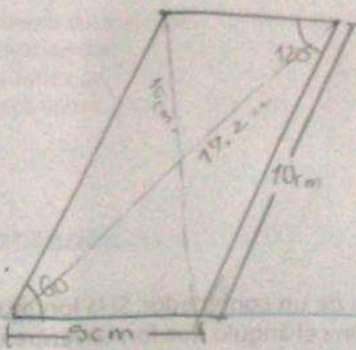
$$a^2 = 175$$

$$a = \sqrt{175}$$

$$a = 13,22$$

2 Realiza la figura y resuelve.

Los dos lados consecutivos de un paralelogramo miden 5 cm y 10 cm, respectivamente, y forman un ángulo entre sí de 120°. Calcula las medidas de las diagonales del paralelogramo.

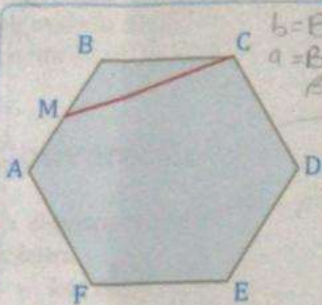


$$\text{Sen}(30) = \frac{d}{10} \Rightarrow d = 10 \cdot \text{Sen}(30) = d = 5 \Rightarrow \boxed{5}$$

$$\text{Sen}(60) = \frac{D}{10} \Rightarrow D = 10 \cdot \text{Sen}(60) = 8,6 \Rightarrow \boxed{8,6}$$

1^{da} DIAGONAL: 5 cm
2^{da} DIAGONAL: 8,6 cm

3 La siguiente figura representa un hexágono regular ABCDEF, con 6 cm de lado, donde M es el punto medio del lado AB. Calcula la medida del segmento MC.



$$b = BC = 6$$

$$a = BM = 3$$

$$\angle B = 120^\circ$$

LEY DE COSENO

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(120^\circ)$$

$$c^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos(120^\circ)$$

$$c^2 = 9 + 36 - 36 \cdot \cos(120^\circ)$$

$$c^2 = 45 - 36 \cdot (-0,5)$$

$$c^2 = 45 + 18$$

$$c^2 = 63$$

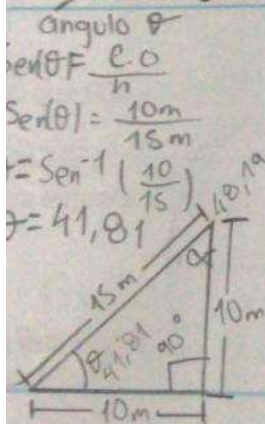
$$c = \sqrt{63}$$

$$\boxed{c = 7,93}$$

$$\boxed{RTA = 7,93} = \frac{\text{Segmento}}{MC}$$

4 Lee y resuelve.

a En una construcción, dos vigas de 10 m están soldadas por sus extremos y forman un triángulo con otra viga de 15 m. Halla los ángulos que forman las vigas entre sí.



ángulo θ

$$\text{sen}(\theta) = \frac{c \cdot o}{h}$$

$$\text{Sen}(\theta) = \frac{10 \text{ m}}{15 \text{ m}}$$

$$\theta = \text{Sen}^{-1}\left(\frac{10}{15}\right)$$

$$\theta = 41,81$$

$$\theta + \alpha + 90^\circ = 180^\circ$$

$$41,81 + \alpha + 90^\circ = 180^\circ$$

$$131,81 + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 131,81$$

$$\boxed{\alpha = 48,19}$$

RTA =

$$\theta = 41,81$$

$$\alpha = 48,19$$