

Primero, se calcula la medida del ángulo  $\gamma$ . Como  $\gamma + 53^\circ + 40^\circ = 180^\circ$ , entonces, se tiene  $\gamma = 87^\circ$ .  
 Luego, se aplica la ley de senos, así:  

$$\frac{\sin 40^\circ}{b} = \frac{\sin 87^\circ}{4.5}$$
 de donde  $b = \frac{4.5 (\sin 40^\circ)}{\sin 87^\circ}$

Finalmente, se simplifica y se obtiene que la medida de  $b$  es aproximadamente 2.9 cm.



1 Escribe V, si la proposición es verdadera o F, si es falsa. Justifica tu respuesta.

• La ley de senos solo se puede aplicar en triángulos no rectángulos.  
 Falso porque la ley de senos se puede aplicar en todos los triángulos

50

• Si los lados de un triángulo son  $a, b$  y  $c$  y los ángulos opuestos son  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$  respectivamente, entonces se cumple que  $a \cdot \sin \alpha = b \cdot \sin \beta$ .

Falso ya que la ley del seno dice que el ángulo opuesto es siempre para todo el triángulo

• La razón trigonométrica seno, en un triángulo rectángulo, es un caso particular de la ley de senos.

El ángulo opuesto a la hipotenusa es un ángulo de modo que  

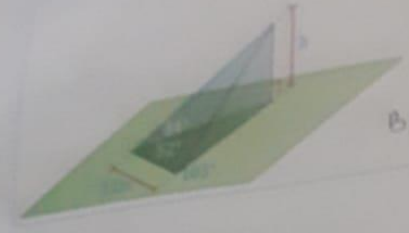
$$h / \sin(90) = b / \sin \beta$$
 Verdadero jeje xD

• Si los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  de un triángulo son complementarios, y  $a, b$  son los lados opuestos respectivamente, entonces se cumple que:  $b \cdot \cos \beta = a \cdot \sin \alpha$ .

$b \times \cos \beta = a \sin \alpha$   
 $\cos 37 = 4 \times \sin 37$   
 $1/5 = 4 \times 5/5$  Verdadero

El volumen  $V$  de la pirámide triangular recta que se muestra en la siguiente figura es la expresión  $V = \frac{1}{3} B h$ , donde  $B$  es el área de la base y  $h$  es la altura de la pirámide.

- 1) Halla la altura de la pirámide.
- 2) Calcula el volumen de la pirámide.



$$\begin{aligned} \text{long } 30^\circ &= h & 0,64 &= h \\ 0,64 \cdot 31,56 &= h & & \\ h &= 20,20 \end{aligned}$$

$$B = (18 \cdot 9) / 2 \quad B = (18 \cdot 9) / 2$$

$$B = 81,9$$

Resuelve los siguientes problemas.

1) Un helicóptero busca aterrizar en medio de dos casas que se encuentran separadas por 200 m. Si se mide el ángulo de elevación desde cada casa hasta el punto P en el que se encuentra el helicóptero en un instante dado, se obtienen las medidas  $30^\circ$  y  $45^\circ$ . ¿A qué altura se encuentra el helicóptero en ese momento?

32

$$\frac{x}{\sin(45^\circ)} = \frac{h}{\sin(30^\circ)} \quad \frac{(200-x)}{\sin(45^\circ)} = \frac{h}{\sin(45^\circ)}$$

$$x = \frac{h \cdot \sin(45^\circ)}{\sin(30^\circ)} \quad 200 - x = h \cdot \sin(45^\circ)$$

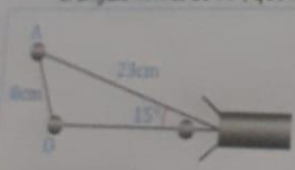
$$x = \frac{h \cdot 0,707}{0,5} \quad 200 - x = h \cdot 0,707$$

$$x = 1,414h \quad 200 - 1,414h = 0,707h$$

$$200 = 2,121h$$

$$h = \frac{200}{2,121} = 94,30$$

2) En un automóvil, la manivela del cigüeñal tiene 8 cm de longitud y la biela tiene 23 cm. Si el ángulo OPA es de  $15^\circ$ , ¿qué tan lejos está el pistón P del centro O del cigüeñal?



$$\frac{8}{\sin(15^\circ)} = \frac{23}{\sin(\theta)}$$

$$\frac{8}{0,2598} = \frac{23}{\sin(\theta)}$$

$$30,77 = \frac{23}{\sin(\theta)}$$

$$\sin(\theta) = \frac{23}{30,77}$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{23}{30,77}\right) = 46,37^\circ$$

$$O = 46,37^\circ$$

$$A = 180 - 15 - 46,37$$

$$A = 118,63^\circ$$



- b) Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y planas. La distancia de 6 km, entre B y C, es de 9 km. El ángulo formado por ambas carreteras en C es de  $120^\circ$ . Encuentra la distancia entre A y C.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \times \cos 120^\circ$$

$$AC^2 = (6 \text{ km})^2 + (9 \text{ km})^2 - 2 \times 6 \text{ km} \times 9 \text{ km} \times (-0,5)$$

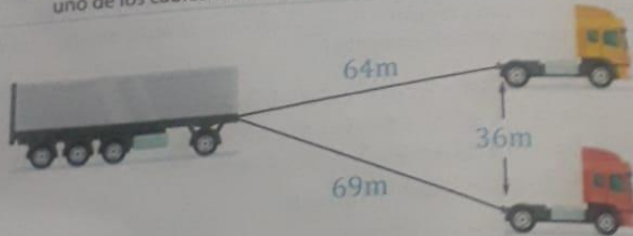
$$AC = \sqrt{36 \text{ km}^2 + 81 \text{ km}^2 + 54 \text{ km}}$$

$$AC = 13,08 \text{ km}$$

$$A = \arccos \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2 \times AC \times AB}$$

$$180^\circ - 53,45^\circ - 120^\circ = 6,55^\circ$$

- c) Dos remolques que están separados por 36 metros tiran de un contenedor. Si la longitud de uno de los cables es 64 m y la del otro es de 69 m, determina el ángulo que forman los cables.



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$

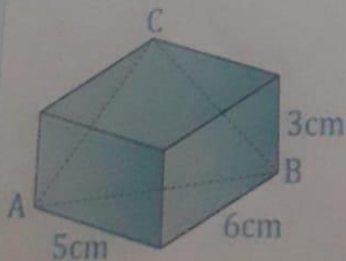
$$\cos \alpha = \frac{-(c^2 - b^2 - a^2)}{2ab}$$

$$\alpha = \arccos \left[ \frac{-(c^2 - b^2 - a^2)}{2ab} \right]$$

$$\alpha = \arccos \left[ \frac{-(36^2 - 64^2 - 69^2)}{2 \times 64 \times 69} \right]$$

$$\alpha = 31,12^\circ$$

- d) Un sólido rectangular tiene lados como se indica en la imagen. Encuentra el ángulo  $\angle COB$ .



$$CB^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \times AB \times \cos \alpha$$

$$\angle COB = 46,58^\circ$$

3 Realiza la figura y resuelve.

Los dos lados consecutivos de un paralelogramo miden 10 cm y 15 cm, respectivamente, y forman un ángulo entre sí de  $120^\circ$ . Calcula las medidas de las diagonales del paralelogramo.

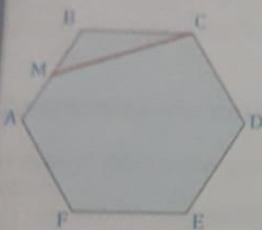
$$d = \sqrt{10^2 + 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 120}$$

$$d = 13,93 \text{ cm}$$

$$h = 10 \sin 60$$

$$h = 8,66 \text{ cm}$$

4 La siguiente figura representa un hexágono regular ABCDEF, con 6 cm de lado, donde M es el punto medio del lado AB. Calcula la medida del segmento MC.



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ$$

$$c^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ$$

$$c^2 = (9 + 36) - 36 \cdot \cos 120^\circ$$

$$c^2 = 45 - 36 \cdot (-0,5)$$

$$c^2 = 45 - (-18)$$

$$c^2 = 45 + 18$$

$$c^2 = 63$$

$$c^2 = \sqrt{63}$$

$$c^2 = 3\sqrt{7}$$

$$c = 7,94$$

4 Lee y resuelve.

a) En una construcción, dos vigas de 10 m están soldadas por sus extremos y forman un triángulo con otra viga de 15 m. Halla los ángulos que forman las vigas entre sí.

$$\theta + \alpha + 90^\circ = 180^\circ$$

$$41,81 + \alpha + 90^\circ = 180^\circ$$

$$131,81 + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 131,81$$

$$\alpha = 48,19$$