

Primero, se calcula la medida del ángulo y . Como $y + 53^\circ + 40^\circ = 180^\circ$, entonces, se tiene que $y = 87^\circ$.

Luego, se aplica la ley de senos, así:

$$\frac{\sin 40^\circ}{b} = \frac{\sin 87^\circ}{4,5} \text{ de donde } b = \frac{4,5 (\sin 40^\circ)}{\sin 87^\circ}$$

Finalmente, se simplifica y se obtiene que la medida de b es aproximadamente 2,9 cm.



1 Escribe V, si la proposición es verdadera o F, si es falsa. Justifica respuesta.

- La ley de senos solo se puede aplicar en triángulos no rectángulos.

Para los triángulos rectángulos se usa el seno, coseno y tangente, la ley de seno y coseno se usa en los no rectángulos.

- Si los lados de un triángulo son a, b y c y los ángulos opuestos son α, β y γ respectivamente, entonces se cumple que $a \cdot \sin \alpha = b \cdot \sin \beta$.

Si ya que la ley del seno dicta que siempre la resolución de un triángulo va a ser:
 $a \cdot \sin \alpha = b \cdot \sin \beta = c \cdot \sin \gamma$

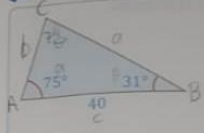
- La razón trigonométrica seno, en un triángulo rectángulo, es un caso particular de la ley de senos.

Seno solo se puede usar en un caso específico ya que también se usa coseno y tangente.

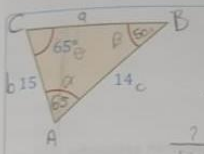
- Si los ángulos α y β de un triángulo son complementarios, y a, b son los lados opuestos respectivamente, entonces se cumple que: $b \cdot \cos \beta = a \cdot \sin \alpha$.

Se sabe que el complemento es $\alpha + \beta = 90$
 $b \cdot \cos \beta = a \cdot \sin \alpha$

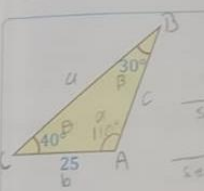
2 Resuelve los siguientes triángulos.



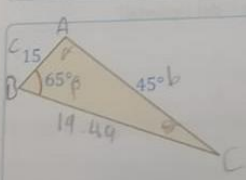
$\frac{a}{\sin 75^\circ} = \frac{40}{\sin 74^\circ} = \frac{40}{\sin 74^\circ}$
 $a = \frac{40 \cdot \sin 75^\circ}{\sin 74^\circ} = 40.1$
 $\frac{b}{\sin 31^\circ} = \frac{40}{\sin 74^\circ}$
 $b = \frac{40 \cdot \sin 31^\circ}{\sin 74^\circ} = 21.4$



$\frac{a}{\sin 50^\circ} = \frac{15}{\sin 65^\circ} = \frac{14}{\sin 65^\circ}$
 $\frac{a \sin 65^\circ}{14} = \frac{7}{15}$
 $0.080 = \frac{\sin b}{15}$
 $1.21 = \sin b$
 $\text{arcsen}(1.2) = b$
 $a = 13.90$
 12.6
 13.90
 $50.1 = b$



$\frac{c}{\sin 40^\circ} = \frac{25}{\sin 30^\circ} = \frac{a}{\sin 110^\circ}$
 $\frac{c}{\sin 40^\circ} = \frac{25}{\sin 30^\circ}$
 $c = \frac{25 \sin 40^\circ}{\sin 30^\circ} = 16$
 $\frac{a}{\sin 110^\circ} = \frac{25}{\sin 30^\circ}$
 $a = \frac{25 \sin 110^\circ}{\sin 30^\circ} = 46.9$
 $c = 32$
 $a = 46.9$

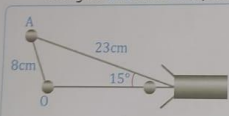


$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(P)$
 $a^2 = 45^2 + 15^2 - 2 \cdot 15 \cdot 45 \cdot \cos(65^\circ)$
 $a^2 = 2025 + 225 - 1350 \cdot \cos(65^\circ)$
 $a^2 = 2250 - 1350 \cdot \cos(65^\circ)$
 $a^2 = 900 \cdot \cos(65^\circ)$
 $a^2 = \sqrt{280} = 19.49$

Si se mide el ángulo de elevación de un helicóptero en un instante dado, se obtienen las medidas 30° y 45°. ¿A qué altura se eleva el helicóptero en ese momento?

$\frac{x}{\sin 60^\circ} = \frac{h}{\sin 40^\circ}$
 $\frac{200 - x}{\sin 45^\circ} = \frac{h}{\sin 45^\circ}$
 $x = \frac{h \sin 60^\circ}{\sin 40^\circ}$
 $x = \frac{h \cdot 0.866}{0.5}$
 $x = 1.73h$
 $200 - x = h$
 $200 - 1.73h = h$
 $200 = 2.73h$
 $h = 73.26 \text{ m}$

b) En un automóvil, la manivela del cigüeñal tiene 8 cm de longitud y la biela tiene 23 cm. Cuando el ángulo OPA es de 15°, ¿qué tan lejos está el pistón P del centro O del cigüeñal?



$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} = \frac{p}{\sin P}$
 $\frac{8}{\sin 15^\circ} = \frac{23}{\sin 15^\circ} = \frac{p}{\sin 15^\circ}$
 $\frac{8}{0.26} = \frac{23}{0.26}$
 $\frac{p}{\sin 15^\circ} = \frac{23}{0.26}$
 $p = \frac{23 \cdot \sin 15^\circ}{0.26} = 7.12$
 $p = 17.38$

Ahora, al restar miembro a miembro las anteriores ecuaciones.

$(c - m)^2 - m^2 = a^2 - b^2$
 $c^2 - 2cm + m^2 - m^2 = a^2 - b^2$
 $c^2 - 2cm = a^2 - b^2$
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2cm$

En el triángulo rectángulo AHC, se tiene:

$\cos A = \frac{m}{b}$
 $m = b \cos A$

Luego, al reemplazar m por b cos A en la ecuación $a^2 = b^2 + c^2 - 2cm$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2cb \cos A$

Por tanto, $a^2 = b^2 + c^2 - 2cb \cos A$

De igual manera, se realizan las demostraciones para las otras fórmulas:

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

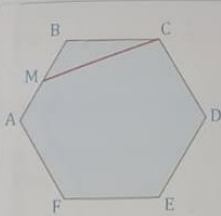
La ley del coseno se puede utilizar para resolver triángulos comprendido entre ellos o cuando se conocen los tres

2 Realiza la figura y resuelve.

Los dos lados consecutivos de un paralelogramo miden 5 cm y 10 cm, respectivamente, y forman un ángulo entre sí de 120° . Calcula las medidas de las diagonales del paralelogramo.

$$\begin{aligned} \text{sen } 30^\circ &= \frac{10}{d} & \text{sen } 60^\circ &= \frac{d}{10} \\ d &= 10 \text{ sen } 30^\circ & \text{sen } 60^\circ &= 0,8 \\ d &= 5 & & \end{aligned}$$

3 La siguiente figura representa un hexágono regular ABCDEF, con 6 cm de lado, donde M es el punto medio del lado \overline{AB} . Calcula la medida del segmento \overline{MC} .



$$\begin{aligned} (n-2) \cdot 180 & & C^2 &= 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cos 120 \\ (6-2) \cdot 180 & & C^2 &= (9+36) - 36 \cdot \cos 120 \\ 4 \cdot 180 &= 720 & C^2 &= 45 - 36 \cdot (-0,5) \\ BC &= 6 & C^2 &= 45 - (-18) \\ BM &= 3 & C &= \sqrt{63} \\ \hat{B} &= 120^\circ & & \end{aligned}$$

4 Lee y resuelve.

a En una construcción, dos vigas de 10 m están soldadas por sus extremos y forman un triángulo con otra viga de 15 m. Halla los ángulos que forman las vigas entre sí.

$$\begin{aligned} 9 + \alpha + 40 &= 180^\circ \\ 41,81 + \alpha + 40 &= 180^\circ \\ 131,81 + \alpha &= 180^\circ & \alpha &= 48,19 \\ \alpha &= 180^\circ - 131,81 \end{aligned}$$

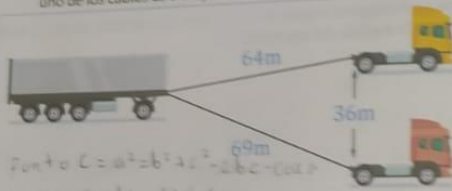
- b) Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y planas. La distancia entre A y B es de 6 km, entre B y C es de 10 km. El ángulo formado por ambas carreteras es 120° . Encuentra la distancia entre A y C.

$$\sin 60^\circ = d/10 \text{ entonces } d = 10 \cdot \sin 60^\circ \text{ pero como } d \text{ es la distancia entre A y C}$$

$$\sin 60^\circ = d/10 \text{ entonces } d = 10 \cdot \sin 60^\circ = 8.66$$

$$= 8.66$$

- c) Dos remolques que están separados por 36 metros tiran de un contenedor. Si la longitud de uno de los cables es 64 m y la del otro es de 69 m, determina el ángulo que forman entre ellos.



56

$$\text{Punto C: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\cos A = (b^2 + c^2 - a^2) / 2bc$$

$$A = \arccos [(b^2 + c^2 - a^2) / 2bc]$$

$$x = \arccos [(69^2 + 64^2 - 36^2) / (2 \times 69 \times 64)]$$

$$x = 31,120$$

- d) Un sólido rectangular tiene lados como se indica en la imagen. Encuentra $\angle CAB$.



$$AC^2 = (6\text{cm})^2 + (3\text{cm})^2 \rightarrow AC = 6.71\text{cm}$$

$$AD^2 = (6\text{cm})^2 + (5\text{cm})^2 \rightarrow AD = 7.81\text{cm}$$

$$AB^2 = (5\text{cm})^2 + (3\text{cm})^2 \rightarrow AB = 5.83\text{cm}$$

$$\cos \angle CAB = (AC^2 + AB^2 - AD^2) / (2 \times AC \times AB)$$

$$\cos \angle CAB = (6.71^2 + 5.83^2 - 7.81^2) / (2 \times 6.71 \times 5.83)$$

$$\angle CAB = \arccos [0.9633]$$

$$\angle CAB = 9.63^\circ$$