

Finalmente, se simplifica y se obtiene que la medida de b es aproximadamente 2,9 cm.



1 Escribe V, si la proposición es verdadera o F, si es falsa. Justifica respuesta.

- La ley de senos solo se puede aplicar en triángulos no rectángulos. V

El teorema del seno es aplicable a todos los triángulos, aún a los triángulos rectángulos.

- Si los lados de un triángulo son a , b y c y los ángulos opuestos son α , β y γ respectivamente entonces se cumple que $a \cdot \text{sen } \alpha = b \cdot \text{sen } \beta$. F

La expresión del teorema del seno expresa que el cociente entre un lado y el seno del ángulo opuesto es constante para todo triángulo.

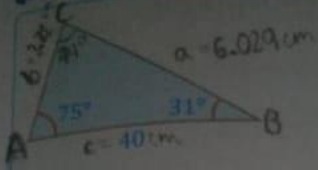
- La razón trigonométrica **seno**, en un triángulo rectángulo, es un caso particular de la ley de senos. V

La ley del seno relaciona dos lados y ángulos de un triángulo cualquiera, de modo que se establece la relación entre un lado de el triángulo y el ángulo opuesto a el mismo de modo que: $a/\text{sen } \alpha = b/\text{sen } \beta$.

- Si los ángulos α y β de un triángulo son complementarios, y a , b son los lados opuestos respectivamente, entonces se cumple que: $b \cdot \text{cos } \beta = a \cdot \text{sen } \beta$. F

El único triángulo que cumple que los ángulos son complementarios es en el triángulo rectángulo.

Resuelve los siguientes triángulos.



$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

$$\frac{a}{\text{sen}(75^\circ)} = \frac{40}{\text{sen}(31^\circ)}$$

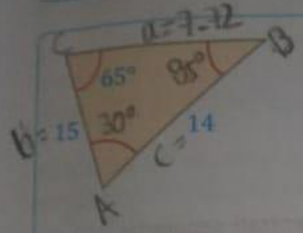
$$\frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

$$\frac{b}{\text{sen } 74} = \frac{40}{\text{sen } 74}$$

$$b = 3.21 \text{ cm}$$

$$a = \frac{b}{\text{sen}(75^\circ)} \times \text{sen}(31^\circ)$$

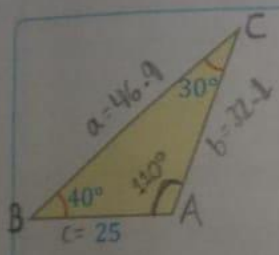
$$a = 6.029 \text{ cm}$$



$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

$$\frac{a}{\text{sen}(30^\circ)} = \frac{14}{\text{sen}(65^\circ)}$$

$$a = 7.72$$



$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

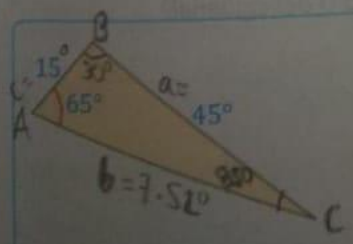
$$\frac{a}{\text{sen}(110^\circ)} = \frac{25}{\text{sen}(30^\circ)}$$

$$a = 146.9$$

$$\frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

$$\frac{b}{\text{sen}(40^\circ)} = \frac{25}{\text{sen}(30^\circ)}$$

$$b = 32.1$$



$$\frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

$$\frac{b}{\text{sen}(15^\circ)} = \frac{45}{\text{sen}(80^\circ)}$$

$$b = 7.52$$

El volumen V de la pirámide triangular recta que se muestra en la siguiente figura, está dado por la expresión $V = \frac{1}{3}Bh$, donde B es el área de la base y h es la altura de la pirámide.

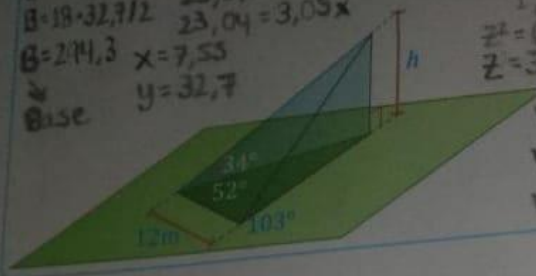
- a) Halla la altura de la pirámide.
 b) Calcula el volumen de la pirámide.

$$B = 18 \cdot y / 2 \quad 1,28(18+x) = 1,33x$$

$$B = 18 \cdot 32,7 / 2 \quad 23,04 + 1,28x = 1,33x$$

$$B = 294,3 \quad x = 7,53$$

Base $y = 32,7$



$$\tan 52^\circ = y / (18+x)$$

$$1,28 = y / (18+x)$$

$$1,28 \cdot (18+x) = y$$

$$z^2 = (7,55)^2 + (32,7)^2$$

$$z = 33,56$$

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$V = (294,3 \cdot 22,49) / 3$$

$$V = 2206,27$$

$$\tan 77^\circ = y / x$$

$$4,33 = y / x$$

$$4,33x = y$$

$$\tan 34^\circ = h / z$$

$$0,67 \cdot 33,56 = h$$

$$h = 22,49$$

4 Resuelve los siguientes problemas.

- a) Un helicóptero busca aterrizar en medio de dos casas que se encuentran separadas 200 m. Si se mide el ángulo de elevación desde cada casa hasta el punto P en el que se ubica el helicóptero en un instante dado, se obtienen las medidas 30° y 45° . ¿A qué altura se encuentra el helicóptero en ese momento?

P = Ubicación del helicóptero.
 A = Elevación 30°
 B = Elevación 45°
 h = Altura del helicóptero

Ley de coseno

 $\alpha = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ$
 $\alpha = 60^\circ$
 $\beta = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ$
 $\beta = 45^\circ$

$$\frac{x}{\sin(60^\circ)} = \frac{h}{\sin(30^\circ)}$$

$$x = \frac{h \cdot 0,866}{0,5}$$

$$x = 1,73h$$

$$200 - h = 1,73h$$

$$200 = 1,73h + h$$

$$200 = 2,73h$$

$$h = \frac{200}{2,73}$$

$$h = 73,26m$$

$$\frac{(200-x)}{\sin(45^\circ)} = \frac{h}{\sin(45^\circ)}$$

$$200 - x = \frac{h \cdot \sin(45^\circ)}{\sin(45^\circ)}$$

$$200 - x = h - 1$$

$$200 - x = h$$

$$200 + h = x$$

$$x = 200 - h$$

El helicóptero se encuentra a una altura de 73,26m

- b) En un automóvil, la manivela del cigüeñal tiene 8 cm de longitud y la biela tiene 23 cm. Cuando el ángulo OPA es de 15° , ¿qué tan lejos está el pistón P del centro O del cigüeñal?

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{c}{\sin(C)}$$

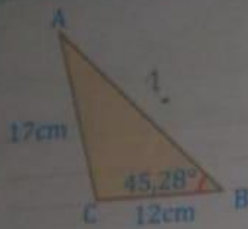
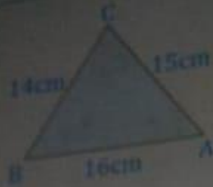
$$\frac{a}{\sin(90^\circ)} = \frac{23}{\sin(75^\circ)}$$

$$a = 23,8$$

R = Está 23,8cm lejos.



Resuelve los siguientes triángulos.



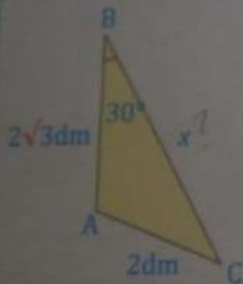
$$b^2 = 17^2 + 12^2 - 2 \cdot 17 \cdot 12 \cdot \cos(45.28^\circ)$$

$$b = \sqrt{289 + 144 - 408 \cdot (0.703)}$$

$$b = \sqrt{433 - 286.8}$$

$$b = \sqrt{146.2}$$

$$b = 12.09$$



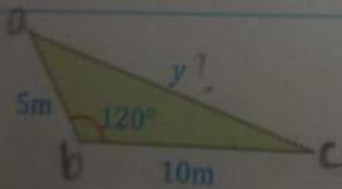
$$c^2 = 3.46^2 + 2^2 - 2 \cdot 3.46 \cdot 2 \cdot \cos(30^\circ)$$

$$c = \sqrt{11.9 + 4 - 13.84 \cdot 0.866}$$

$$c = \sqrt{15.9 - 11.99}$$

$$c = \sqrt{3.92}$$

$$c = 1.97$$



$$c^2 = 10^2 + 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \cos(120^\circ)$$

$$c = \sqrt{100 + 25 - 100 \cdot -0.5}$$

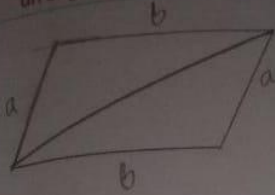
$$c = \sqrt{125 - 50}$$

$$c = \sqrt{75}$$

$$c = 8.66$$

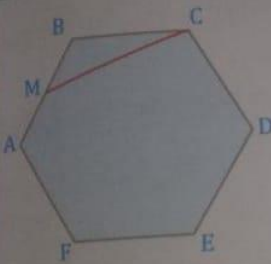
2 Realiza la figura y resuelve.

Los dos lados consecutivos de un paralelogramo miden 5cm y 10 cm, respectivamente, y forman un ángulo entre sí de 120°. Calcula las medidas de las diagonales del paralelogramo.



Lado 1 = b = 5cm
 Lado 2 = c = 10cm
 Ángulo = A = 120°
 $A^2 = \sqrt{5^2 + 10^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \cos(120^\circ)}$
 $A^2 = \sqrt{25 + 100 + 50}$
 $A^2 = \sqrt{175}$
 $A^2 = 13,2 \text{ cm}$

3 La siguiente figura representa un hexágono regular ABCDEF, con 6cm de lado, donde M es el punto medio del lado AB. Calcula la medida del segmento MC.



$(6-2) \cdot 180$
 $4 \cdot 180 = 720$
 $720 \div 6 = 120^\circ$
 $BC = 6$
 $BM = 3$
 $\beta = 120^\circ$
 $c^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos(120^\circ)$
 $c^2 = (9 + 36) - 36 \cdot (-0,5)$
 $c^2 = 45 - 36 \cdot (-0,5)$
 $c^2 = 45 + 18$
 $c^2 = 63$
 $c = \sqrt{63}$
 $c = 3\sqrt{7} / 8,24$

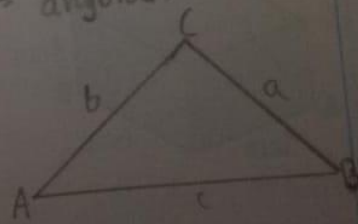
55

4 Lee y resuelve.

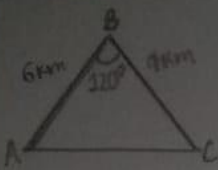
a En una construcción, dos vigas de 10m están soldadas por sus extremos y forman un triángulo con otra viga de 15m. Halla los ángulos que forman las vigas entre sí.

$a = 10m$
 $b = 10m$
 $c = 15m$
 $C = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right)$
 $C = \cos^{-1} \left(\frac{10^2 + 10^2 - 15^2}{2 \cdot 10 \cdot 10} \right)$
 $C = \cos^{-1} (-0,25)$
 $C = 97,38$

$180 - 97,38 = 82,62$
 $82,62 / 2 = 41,31 = \text{valor de los ángulos.}$



- b) Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y planas. La distancia entre A y B es de 6 km, entre B y C es de 9 km. El ángulo formado por ambas carreteras es 120° . ¿Cuál es la distancia entre A y C?



$AB = 6 \text{ km}$
 $BC = 9 \text{ km}$
 $\angle B = 120^\circ$
 $AC = ?$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos(120^\circ)$$

$$AC^2 = (6 \text{ km})^2 + (9 \text{ km})^2 - 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot (-0,5)$$

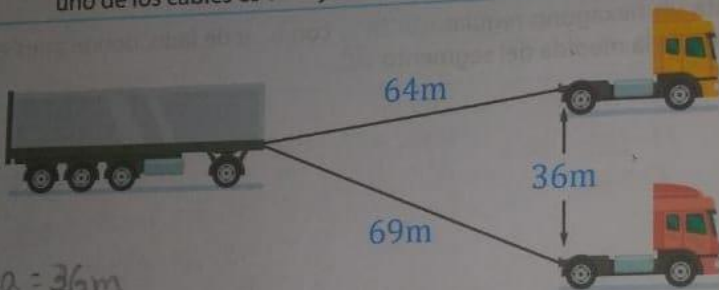
$$AC = \sqrt{36 + 81 + 54}$$

$$AC = \sqrt{171}$$

$$AC = 13,07 \text{ km}$$

• La distancia entre A y C es de 13,07 km.

- c) Dos remolques que están separados por 36 metros tiran de un contenedor. Si la longitud de uno de los cables es 64 m y la del otro es de 69 m, determina el ángulo que forman entre ellos.



$a = 36 \text{ m}$
 $b = 64 \text{ m}$
 $c = 69 \text{ m}$
 $\angle \text{Remolques} = ?$

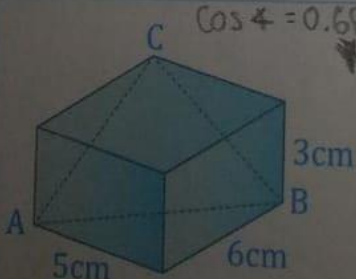
$$\text{Ar} \cos \angle = \frac{b^2 - c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\text{Ar} \cos \angle = \frac{64^2 - 69^2 - 36^2}{2 \cdot 64 \cdot 69}$$

$$\text{Ar} \cos \angle = 31,12^\circ$$

• El ángulo que hay entre los remolques es de: $31,12^\circ$

- d) Un sólido rectangular tiene lados como se indica en la imagen. Encuentra $m \angle CAB$.



$\cos \angle = 0,697$
 $AC^2 = (6 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 = \sqrt{45} \approx 6,70 \text{ cm}$
 $AB^2 = (5 \text{ cm})^2 + (6 \text{ cm})^2 = \sqrt{61} = 7,81 \text{ cm}$
 $CB^2 = (5 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 = \sqrt{34} = 5,83 \text{ cm}$

$$CB^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$$

$$\cos \angle CAB = \frac{CB^2 - AC^2 - AB^2}{-2 \cdot AC \cdot AB}$$

$$CB^2 = 6,70^2 + 7,81^2 - 2 \cdot 6,70 \cdot 7,81 \cdot 0,697$$

$$\angle CAB = 33,9^\circ$$