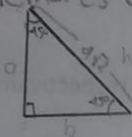


Actividad

1 Escribe V, si la proposición es verdadera o F, si es falsa. Justifica respuesta.

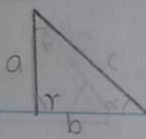
- La ley de senos solo se puede aplicar en triángulos no rectángulos. F

el teorema es aplicable a todos los triángulos



$$\frac{\text{sen}(90^\circ)}{4\sqrt{2}} = \frac{\text{sen}(45^\circ)}{x} \quad x=4$$

- Si los lados de un triángulo son a, b y c y los ángulos opuestos son α, β y γ respectivamente entonces se cumple que $a \cdot \text{sen } \alpha = b \cdot \text{sen } \beta$. V



$$\left. \begin{aligned} \text{sen}(\alpha) &= \frac{a}{c} & \text{sen}(\beta) &= \frac{b}{c} \\ r &= \frac{a}{\text{sen}(\alpha)} & r &= \frac{b}{\text{sen}(\beta)} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{a}{\text{sen}(\alpha)} &= \frac{b}{\text{sen}(\beta)} \\ &= \text{sen}(\alpha) \cdot a = \text{sen}(\beta) \cdot b \end{aligned}$$

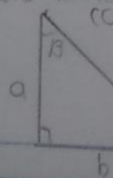
- La razón trigonométrica seno, en un triángulo rectángulo, es un caso particular de la ley de senos. V

en el caso del triángulo rectángulo, el ángulo opuesto a la hipotenusa es un ángulo rectángulo.

$$\frac{h}{\text{sen}(90^\circ)} = \frac{b}{\text{sen}(\beta)} \quad \text{sen}(90^\circ) = 1 \quad h = \frac{b}{\text{sen}(\beta)} = \frac{b}{1} = \frac{b}{h}$$

- Si los ángulos α y β de un triángulo son complementarios, y a, b son los lados opuestos respectivamente, entonces se cumple que: $b \cdot \cos \beta = a \cdot \text{sen } \beta$. V

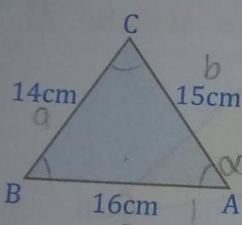
solo el triángulo rectángulo cumple con la condición de que los ángulos sean complementarios.



$$\left. \begin{aligned} \cos(\beta) &= \frac{a}{x} & \text{sen}(\beta) &= \frac{b}{x} \\ x &= \frac{a}{\cos(\beta)} & x &= \frac{b}{\text{sen}(\beta)} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{a}{\cos(\beta)} &= \frac{b}{\text{sen}(\beta)} \\ &= \text{sen}(\beta) \cdot a = \cos(\beta) \cdot b \end{aligned}$$

Actividad

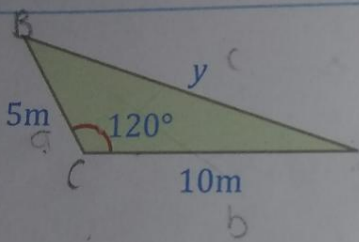
1 Resuelve los siguientes triángulos.



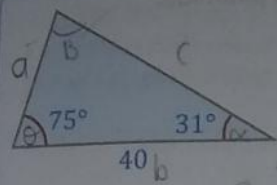
$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha) \\ a^2 - b^2 - c^2 &= -2bc \cos(\alpha) \\ \text{Arccos}(\alpha) &= \frac{(a^2 - b^2 - c^2)}{-2bc} \\ \alpha &= \text{Arccos}\left(\frac{14^2 - 15^2 - 16^2}{-2 \cdot 15 \cdot 16}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos(\beta) \\ b^2 - a^2 - c^2 &= -2ac \cos(\beta) \\ \text{Arccos}(\beta) &= \frac{(b^2 - a^2 - c^2)}{-2 \cdot a \cdot c} \\ \beta &= \text{Arccos}\left(\frac{15^2 - 14^2 - 16^2}{-2 \cdot 14 \cdot 16}\right) \\ \beta &= \text{Arccos}\left(\frac{-227}{-448}\right) \\ \beta &= 59^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= 180^\circ - 53^\circ - 59^\circ \\ \theta &= 68^\circ \\ \alpha &= \text{Arccos}\left(\frac{-285}{-480}\right) \\ \alpha &= 53^\circ \end{aligned}$$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\theta)$$
$$c^2 = 5^2 + 10^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \cos(120^\circ)$$
$$c^2 = 125 - 100 \cdot \cos(120^\circ)$$
$$c = \sqrt{175}$$
$$c = 13.22 \text{ m}$$



$$\frac{a}{\sin(31^\circ)} = \frac{40}{\sin(74^\circ)} = \frac{c}{\sin(75^\circ)}$$

$$B = 180^\circ - 75^\circ - 31^\circ$$

$$B = 74^\circ$$

$$\textcircled{1} \frac{a}{\sin(31^\circ)} = \frac{40}{\sin(74^\circ)}$$

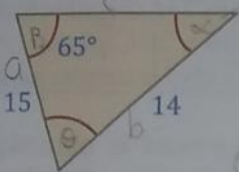
$$a = \frac{40 \cdot \sin(31^\circ)}{\sin(74^\circ)}$$

$$a = \frac{20.60}{\sin(74^\circ)} = 21.43$$

$$\textcircled{2} \frac{40}{\sin(74^\circ)} = \frac{c}{\sin(75^\circ)}$$

$$c = \frac{40 \cdot \sin(75^\circ)}{\sin(74^\circ)}$$

$$c = \frac{38.63}{\sin(74^\circ)} = 40.19$$



$$\frac{\sin(\alpha)}{15} = \frac{\sin(65^\circ)}{14} = \frac{\sin(\theta)}{c}$$

$$\textcircled{1} \sin(\alpha) = \frac{\sin(65^\circ) \cdot 15}{14}$$

$$\textcircled{2} \frac{14}{\sin(65^\circ)} = \frac{c}{\sin(39^\circ)}$$

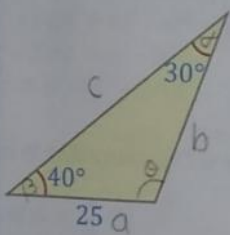
$$\theta = 180^\circ - 76^\circ - 65^\circ$$

$$\theta = 39^\circ$$

$$\text{Arctan}\left(\frac{\sin(65^\circ) \cdot 15}{14}\right) \text{ obtuse } \alpha = 110^\circ$$

$$c = \frac{14 \cdot \sin(39^\circ)}{\sin(65^\circ)}$$

$$c = \frac{8.81}{\sin(65^\circ)} = 9.72$$



$$\frac{25}{\sin(30^\circ)} = \frac{b}{\sin(40^\circ)} = \frac{c}{\sin(110^\circ)}$$

$$O = 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ$$

$$O = 110^\circ$$

$$\textcircled{1} \frac{25}{\sin(30^\circ)} = \frac{b}{\sin(40^\circ)}$$

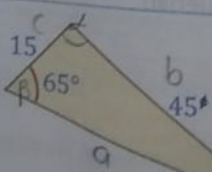
$$b = \frac{25 \cdot \sin(40^\circ)}{\sin(30^\circ)}$$

$$b = \frac{16.06}{\sin(30^\circ)} = 32.13$$

$$\textcircled{2} \frac{25}{\sin(30^\circ)} = \frac{c}{\sin(110^\circ)}$$

$$c = \frac{25 \cdot \sin(110^\circ)}{\sin(30^\circ)}$$

$$c = \frac{23.49}{\sin(30^\circ)} = 46.98$$



$$\frac{\sin(\alpha)}{15} = \frac{\sin(65^\circ)}{45} = \frac{\sin(\theta)}{15}$$

$$\alpha = 180^\circ - 65^\circ - \theta$$

$$\alpha = 98^\circ$$

$$\textcircled{1} \frac{15}{\sin(98^\circ)} = \frac{a}{\sin(65^\circ)}$$

$$a = \frac{15 \cdot \sin(65^\circ)}{\sin(98^\circ)}$$

$$a = \frac{14.56}{\sin(65^\circ)}$$

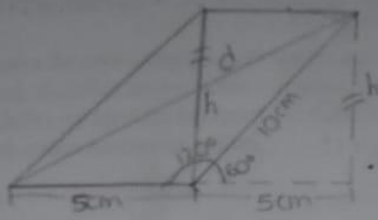
$$a = 49.16$$

$$\textcircled{2} \frac{\sin(65^\circ)}{45} = \frac{\sin(\theta)}{15}$$

$$\sin(\theta) = \frac{\sin(65^\circ) \cdot 15}{45}$$

$$\text{Arctan}\left(\frac{\sin(65^\circ) \cdot 15}{45}\right) = \theta = 17^\circ$$

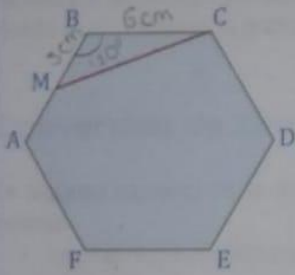
2 Realiza la figura y resuelve.
 Los dos lados consecutivos de un paralelogramo miden 5cm y 10 cm, respectivamente, y forman un ángulo entre sí de 120° . Calcula las medidas de las diagonales del paralelogramo.



$$\begin{aligned} \sin(60^\circ) &= \frac{h}{10} \\ h &= 10 \cdot \sin(60^\circ) \\ h &= 8.66 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{5^2 + 10^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \cos(120^\circ)} \\ d &= 13.22 \text{ cm} \end{aligned}$$

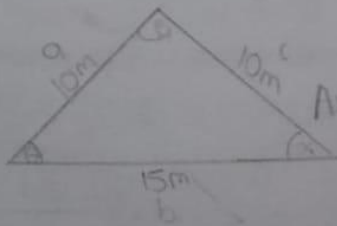
3 La siguiente figura representa un hexágono regular $ABCDEF$, con 6cm de lado, donde M es el punto medio del lado \overline{AB} . Calcula la medida del segmento \overline{MC} .



$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos(\theta) \\ c^2 &= 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos(120^\circ) \\ c^2 &= 45 - 36 \cdot \cos(120^\circ) \\ c^2 &= 45 - (-18) \\ c^2 &= 45 + 18 \\ c^2 &= 63 \\ c &= \sqrt{63} \\ c &= 7.94 \end{aligned}$$

4 Lee y resuelve.

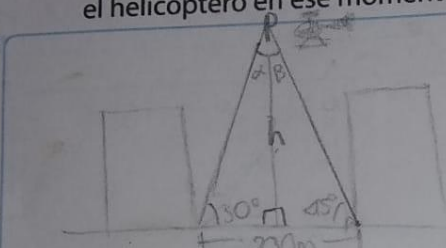
a) En una construcción, dos vigas de 10m están soldadas por sus extremos y forman un triángulo con otra viga de 15m. Halla los ángulos que forman las vigas entre sí.



$$\begin{aligned} B &= 180^\circ - 41^\circ - 41^\circ \\ B &= 98^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha) & c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos(\theta) \\ a^2 - b^2 - c^2 &= -2bc \cos(\alpha) & c^2 - a^2 - b^2 &= -2ab \cos(\theta) \\ \text{Arccos}(\alpha) &= \left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc} \right) & \text{Arccos}(\theta) &= \left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} \right) \\ \alpha &= \text{Arccos} \left(\frac{10^2 - 15^2 - 10^2}{-2 \cdot 15 \cdot 10} \right) & \theta &= \text{Arccos} \left(\frac{10^2 - 10^2 - 15^2}{-2 \cdot 10 \cdot 15} \right) \\ \alpha &= \text{Arccos} \left(\frac{-225}{-300} \right) & \theta &= \text{Arccos} \left(\frac{-225}{-300} \right) \\ \alpha &= 41^\circ & \theta &= 41^\circ \end{aligned}$$

- 4 Resuelve los problemas
- a) Un helicóptero busca aterrizar en medio de dos casas que se encuentran separadas 200 m. Si se mide el ángulo de elevación desde cada casa hasta el punto P en el que se encuentra el helicóptero en un instante dado, se obtienen las medidas 30° y 45° . ¿A qué altura se encuentra el helicóptero en ese momento?



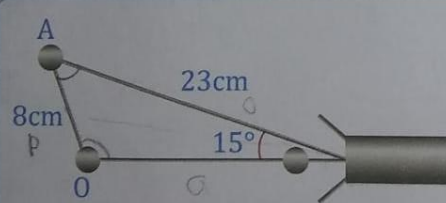
$\alpha = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ$
 $\alpha = 60^\circ$
 $\beta = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ$
 $\beta = 45^\circ$

$200 - h = 1.73 \cdot h$
 $200 = 1.73h + h$
 $200 = 2.73 \cdot h$
 $h = \frac{200}{2.73}$
 $h = 73.26 \text{ m}$

$\frac{x}{\sin(60^\circ)} = \frac{h}{\sin(30^\circ)}$
 $x = \frac{h \cdot \sin(60^\circ)}{\sin(30^\circ)} \quad x = 1.73 \cdot h$

$\frac{200 - x}{\sin(45^\circ)} = \frac{h}{\sin(45^\circ)}$
 $200 - x = h \cdot \frac{\sin(45^\circ)}{\sin(45^\circ)}$
 $200 - x = h \cdot 1 = h \quad x = 200 - h$

- b) En un automóvil, la manivela del cigüeñal tiene 8 cm de longitud y la biela tiene 23 cm. Si el ángulo OPA es de 15° , ¿qué tan lejos está el pistón P del centro O del cigüeñal?

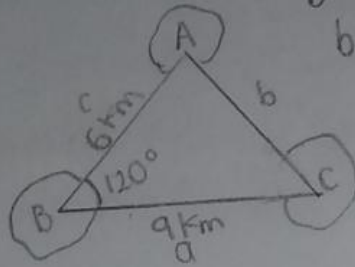


$A = 180^\circ - 15^\circ - 48^\circ$
 $A = 117^\circ$

$\frac{8}{\sin(15^\circ)} = \frac{23}{\sin(\theta)}$
 $30.90 = \frac{23}{\sin(\theta)}$
 $\text{Arcsen}(\theta) = \frac{23}{30.90}$
 $\theta = 48^\circ$

$\frac{8}{\sin(15^\circ)} = \frac{a}{\sin(117^\circ)}$
 $a = \frac{8 \cdot \sin(117^\circ)}{\sin(15^\circ)}$
 $a = \frac{7.12}{0.25}$
 $a = 28.48 \text{ cm}$

- b) Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras. La distancia entre B y C es de 9 km, entre B y A es de 6 km. El ángulo formado por ambas carreteras es 120° . ¿Cuál es la distancia entre A y C?



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\beta)$$

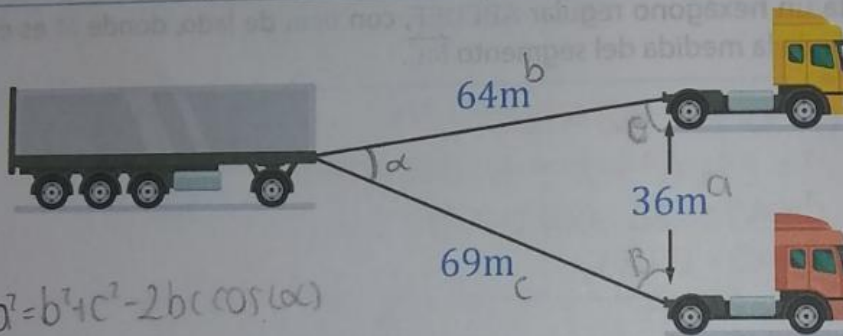
$$b^2 = 9^2 + 6^2 - 2 \cdot 9 \cdot 6 \cdot \cos(120^\circ)$$

$$b^2 = 117 - 108 \cdot \cos(120^\circ)$$

$$b = \sqrt{171}$$

$$b = 13$$

- c) Dos remolques que están separados por 36 metros tiran de un contenedor. Si la longitud uno de los cables es 64m y la del otro es de 69m, determina el ángulo que forman entre ellos.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2bc \cos(\alpha)$$

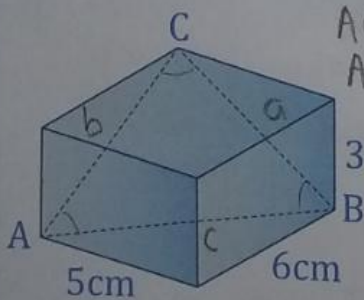
$$\text{Arccos}(\alpha) = \left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc} \right)$$

$$\alpha = \text{Arccos} \left(\frac{36^2 - 64^2 - 69^2}{-2 \cdot 64 \cdot 69} \right)$$

$$\alpha = \text{Arccos} \left(\frac{-7561}{-8832} \right)$$

$$\alpha = 31^\circ$$

- d) Un sólido rectangular tiene lados como se indica en la imagen. Encuentra $m\angle CAB$.



$$AC^2 = 6^2 + 3^2$$

$$AC = 6.70 \text{ cm}$$

$$AB^2 = 6^2 + 5^2$$

$$AB = 7.81 \text{ cm}$$

$$CB^2 = 3^2 + 5^2$$

$$CB = 5.83 \text{ cm}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2bc \cos(\alpha)$$

$$\text{Arccos}(\alpha) = \left(\frac{5.83^2 - 6.70^2 - 7.81^2}{-2 \cdot 6.70 \cdot 7.81} \right)$$

$$\alpha = \text{Arccos} \left(\frac{-71.89}{-104.65} \right)$$

$$\alpha = 46^\circ$$

$$\angle CAB = 46^\circ$$