

Luego, se aplica la ley de senos, así:

$$\frac{\text{sen } 40^\circ}{b} = \frac{\text{sen } 87^\circ}{4,5} \text{ de donde } b = \frac{4,5 (\text{sen } 40^\circ)}{\text{sen } 87^\circ}$$

Finalmente, se simplifica y se obtiene que la medida de b es aproximadamente 2,9 cm.



1 Escribe V, si la proposición es verdadera o F, si es falsa. Justifica respuesta.

- La ley de senos solo se puede aplicar en triángulos no rectángulos. F

La ley de senos se puede usar en cualquier tipo de triángulos.

Pero se basa especialmente en los oblicuángulos.

- Si los lados de un triángulo son a , b y c y los ángulos opuestos son α , β y γ respectivamente entonces se cumple que $a \cdot \text{sen } \alpha = b \cdot \text{sen } \beta$. F

Respectivamente se cumple:

$$\triangleright \frac{\text{sen } \alpha}{a} = \frac{\text{sen } \beta}{b} = \frac{\text{sen } \gamma}{c}$$

- La razón trigonométrica seno, en un triángulo rectángulo, es un caso particular de la ley de senos. V

Razón trigonométrica seno:

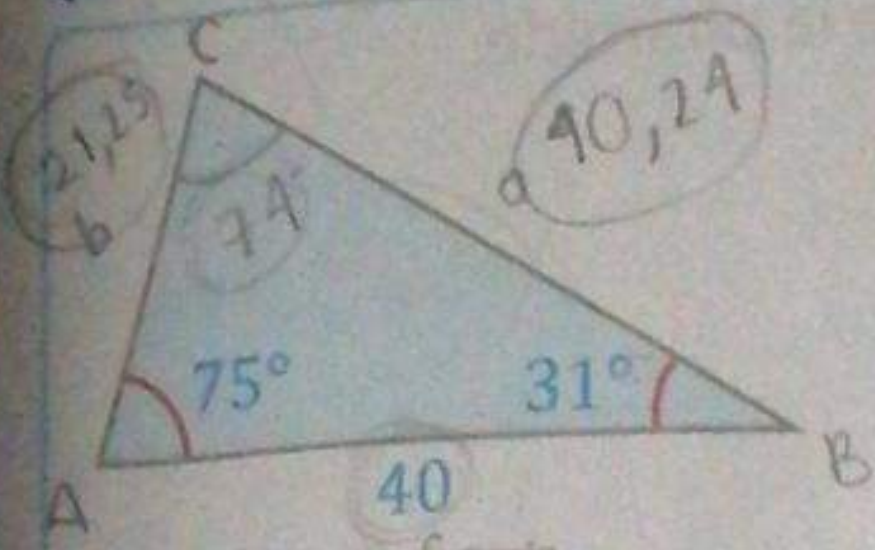
son ángulos opuestos a los lados, entonces se cumple.

$$\triangleright \text{sen } \theta = \frac{co}{h}$$

- Si los ángulos α y β de un triángulo son complementarios, y a , b son los lados opuestos respectivamente, entonces se cumple que: $b \cdot \text{cos } \beta = a \cdot \text{sen } \beta$. V

El único triángulo con ángulos complementarios es el triángulo rectángulo

2 Resuelve los siguientes triángulos.



$b = 21,25$
 $C = 74^\circ$
 $a = 40,24$

$$\frac{c}{\text{Sen } C} = \frac{b}{\text{Sen } B}$$

$$\frac{40}{\text{Sen } 74^\circ} = \frac{x}{\text{Sen } 31^\circ}$$

$$x = \frac{40 \cdot \text{Sen } 31^\circ}{\text{Sen } 74^\circ} = 21,25$$

$$x = \frac{40 \cdot 0,51}{0,96} = 21,25$$

$$x = 20,4$$

$$x = 21,25$$

• $b = 21,25$

② $C = 180^\circ - 75^\circ - 31^\circ$

• $C = 74^\circ$

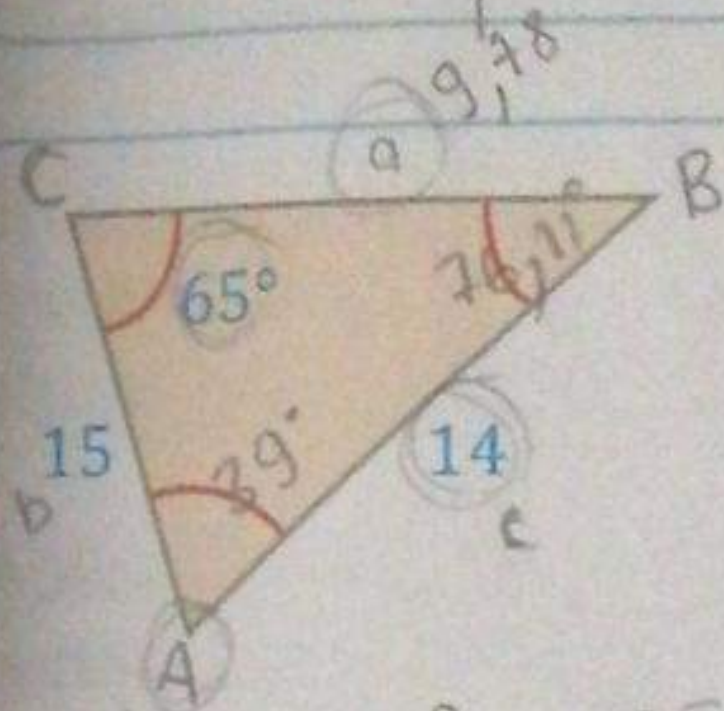
$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$

$$a = \frac{\text{Sen } 75^\circ \cdot 40}{\text{Sen } 74^\circ}$$

$$a = \frac{0,965 \cdot 40}{0,961}$$

$$a = 38,63$$

• $a = 40,24$



$$\text{Sen}^{-1} \left(\frac{15 \cdot \text{Sen } 65^\circ}{14} \right) = \text{Sen}^{-1} \text{Sen } B$$

$A = 39^\circ$
 $B = 76,17^\circ$
 $a = 9,78$

$76,17 = B$

$$\frac{\text{Sen } C}{c} = \frac{\text{Sen } B}{b}$$

$$\frac{\text{Sen } 65^\circ}{14} = \frac{\text{Sen } B}{15}$$

② $A = 180^\circ - 65^\circ - 76^\circ$

$A = 39^\circ$

$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$

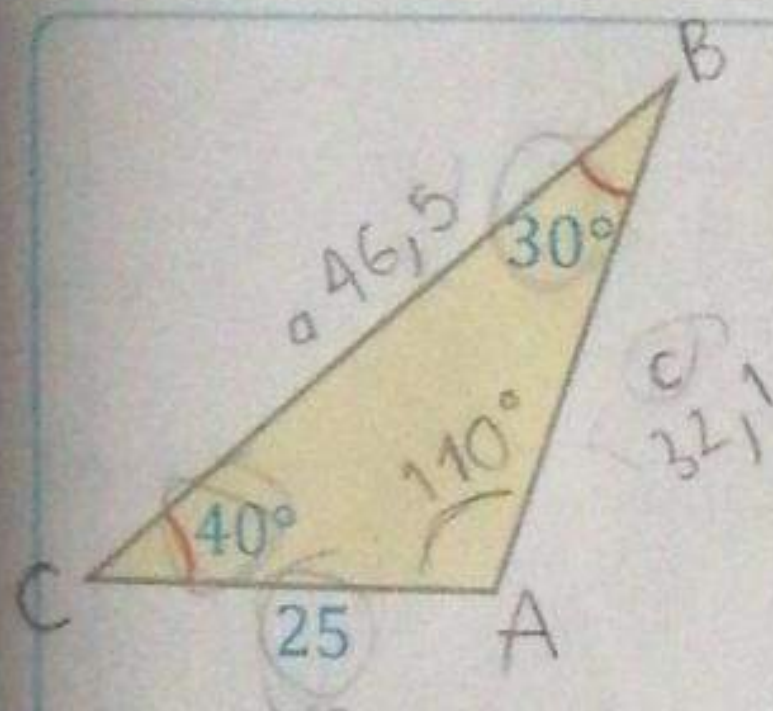
$$\frac{a}{\text{Sen } 39^\circ} = \frac{14}{\text{Sen } 65^\circ}$$

$$a = \frac{\text{Sen } 39^\circ \cdot 14}{\text{Sen } 65^\circ}$$

$$a = \frac{0,62 \cdot 14}{0,90}$$

$$a = \frac{8,68}{0,90}$$

$a = 9,78$



$A = 110^\circ$
 $a = 46,5$
 $C = 32,1$

$$\frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$

$$\frac{25}{\text{Sen } 30^\circ} = \frac{x}{\text{Sen } 40^\circ}$$

$$x = \frac{25 \cdot \text{Sen } 40^\circ}{\text{Sen } 30^\circ} = 32,1$$

$$x = \frac{25 \cdot 0,642}{0,5}$$

$$x = \frac{16,05}{0,5}$$

$x = 32,1$

• $C = 32,1$

② $A = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ$

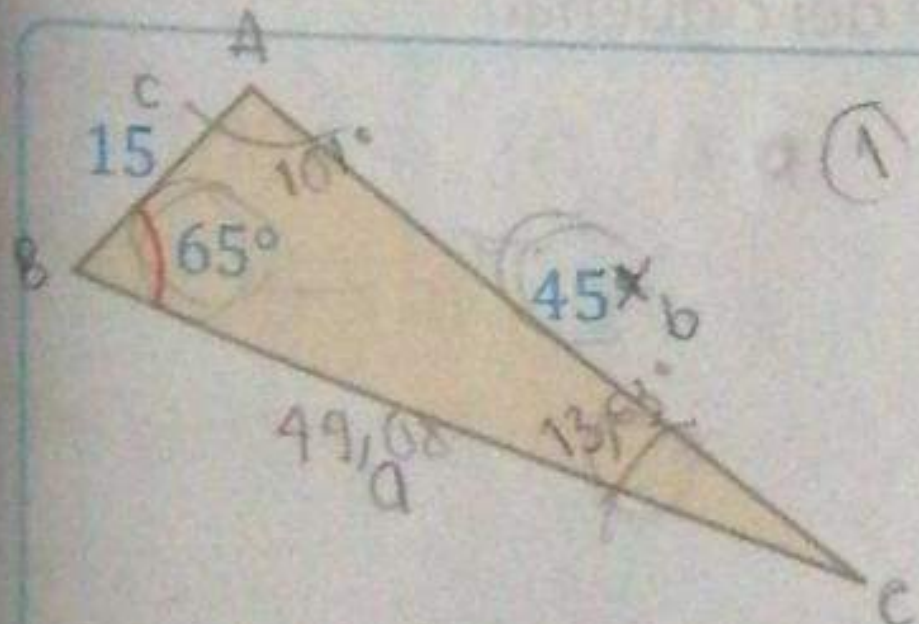
• $A = 110^\circ$

$$\frac{a}{\text{Sen } 110^\circ} = \frac{25}{\text{Sen } 30^\circ}$$

$$a = \frac{\text{Sen } 110^\circ \cdot 25}{\text{Sen } 30^\circ}$$

$$a = \frac{0,93 \cdot 25}{0,5}$$

• $a = 46,5$



$$\text{Sen}^{-1} \left(\frac{15 \cdot \text{Sen } 65^\circ}{45} \right) = \text{Sen}^{-1} \text{Sen } C$$

• $13,63 = C$

$a = 49,08$

$A = 101^\circ$

$C = 13,63^\circ$

$$\frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}$$

$$\frac{\text{Sen } 65^\circ}{45} = \frac{\text{Sen } C}{15}$$

② $A = 180^\circ - 65^\circ - 13,63^\circ$

• $A = 101^\circ$

$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B}$$

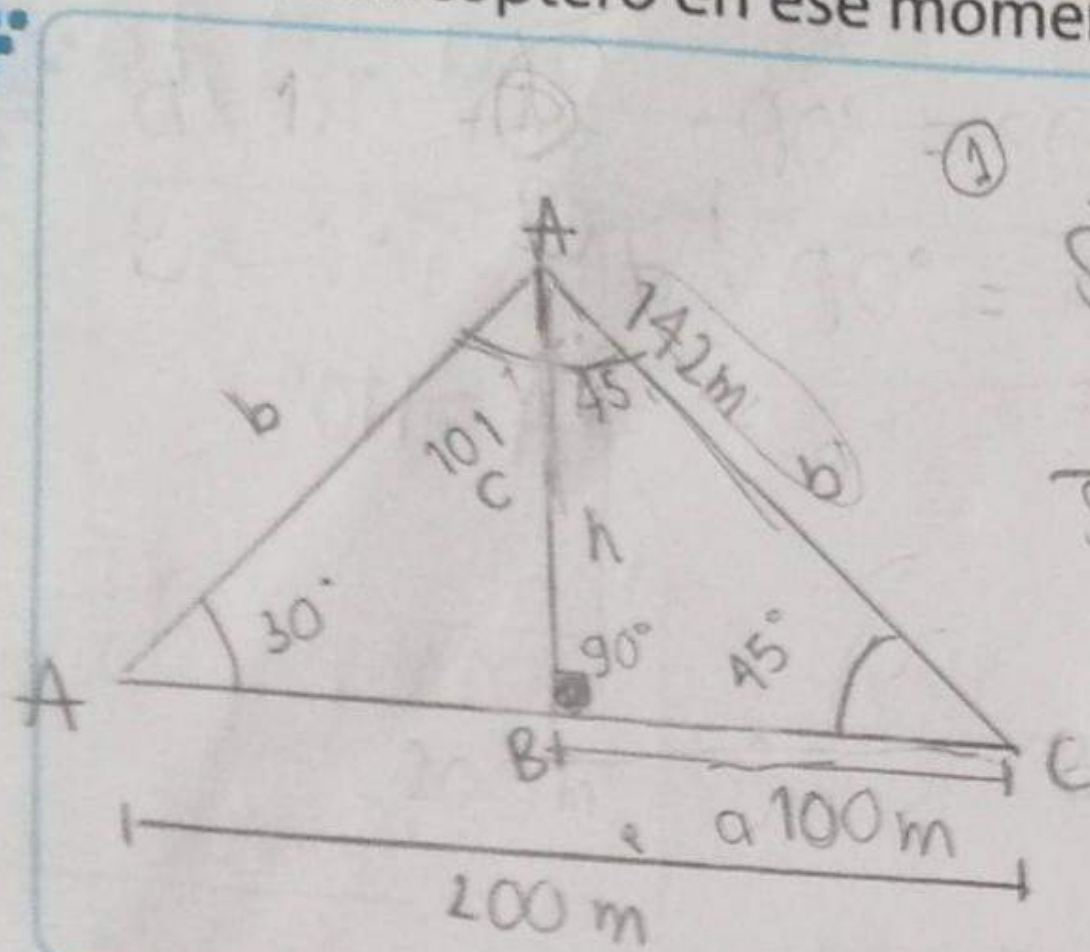
$$\frac{a}{\text{Sen } 101^\circ} = \frac{45}{\text{Sen } 65^\circ}$$

$$a = \frac{0,93 \cdot 45}{0,90}$$

$$a = \frac{41,85}{0,90}$$

• $a = 49,08$

Observación desde cada casa hasta el punto P en el que se ubica el helicóptero en un instante dado, se obtienen las medidas 30° y 45° . ¿A qué altura se encuentra el helicóptero en ese momento? La altura en la que se encuentra es en 101m



$$\text{a)} \quad \frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B}$$

$$\frac{100}{\text{Sen } 45^\circ} = \frac{b}{\text{Sen } 90^\circ}$$

$$\frac{\text{Sen } 90^\circ \cdot 100}{\text{Sen } 45^\circ} = b$$

$$\frac{1 \cdot 100}{0,70} = b$$

$$142,8 = b$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

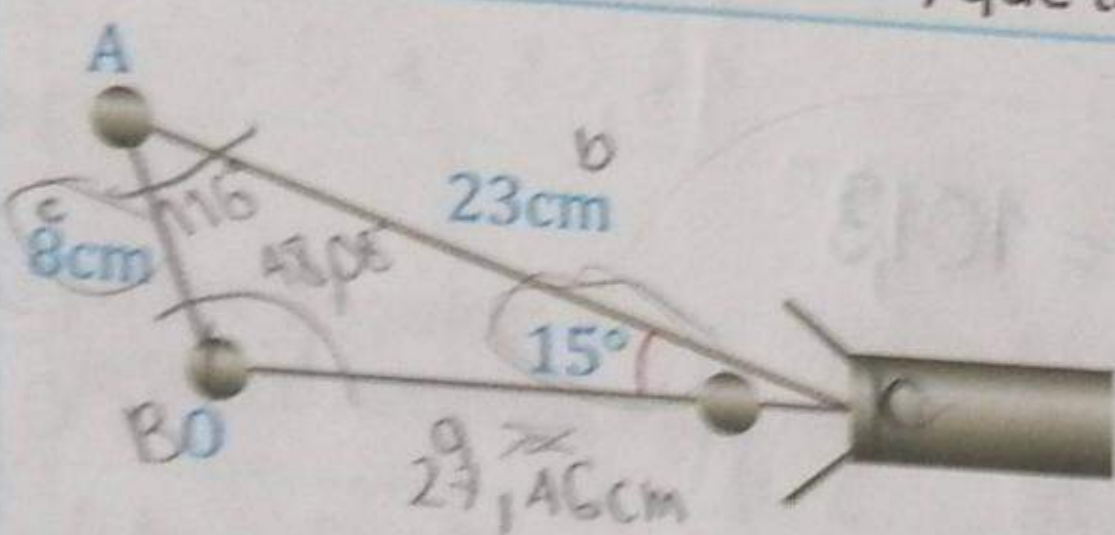
$$\sqrt{c^2} = \sqrt{100^2 + 142^2 - 2 \cdot 100 \cdot 140 \cos 45^\circ}$$

$$140 \cos 45^\circ$$

$$c = 101\text{m}$$

$$h = 101\text{m}$$

b) En un automóvil, la manivela del cigüeñal tiene 8 cm de longitud y la biela tiene 23 cm. Cuando el ángulo OPA es de 15° , ¿qué tan lejos está el pistón P del centro O del cigüeñal?



$$\frac{\text{Sen } C}{c} = \frac{\text{Sen } B}{b}$$

$$\frac{\text{Sen } 15^\circ}{8 \text{ cm}} = \frac{\text{Sen } B}{23}$$

$$\bullet 48,08^\circ = \text{Sen } B$$

(en el cuadrante)

$$\text{Sen}^{-1} \left(\frac{23 \cdot \text{Sen } 15^\circ}{8} \right) = \text{Sen}^{-1} \text{Sen } B$$

MODULO PAG 54

$$1 \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$b^2 + a^2 - c^2 = -2ac \cos B$$

$$\cos^{-1} \left(\frac{b^2 + a^2 - c^2}{-2ac} \right) \quad \cancel{\cos^{-1}} \quad \cancel{\cos} B$$

$$\left(\frac{15^2 + 14^2 - 16^2}{-2 \cdot 14 \cdot 16} \right) = B$$

$$59,55 = B$$

$$2 \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{12^2 + 17^2 - 2 \cdot 12 \cdot 17 \cdot \cos 102^\circ}$$

$$c = 22,7$$

PAG 52

$$b \quad 180^\circ - 48,08^\circ - 15^\circ = A$$

$$116^\circ = A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2cb \cdot \cos A$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{23^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 23 \cdot \cos 116^\circ}$$

$$a = 27,46 \text{ cm}$$

PAG 55

$$4 \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$b^2 - a^2 - c^2 = -2ac \cos B$$

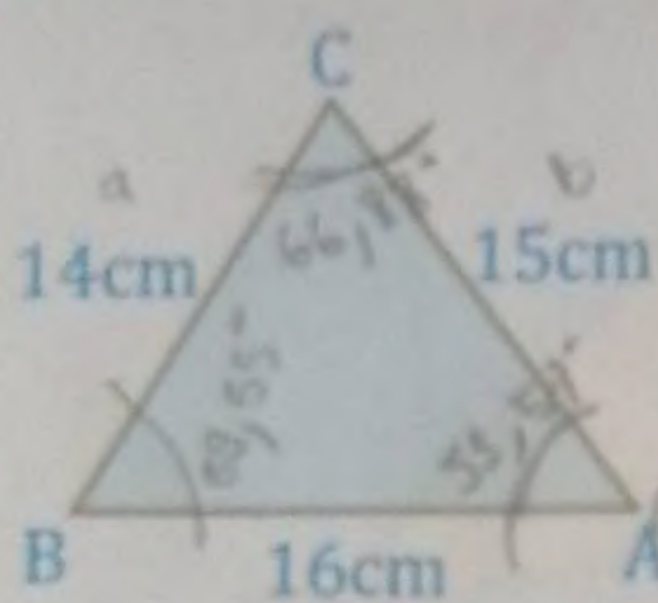
$$\cos^{-1} \left(\frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac} \right) = \cancel{\cos^{-1}} \cancel{\cos B}$$

$$\cos^{-1} \left(\frac{10^2 - 15^2 - 10^2}{-2 \cdot 15 \cdot 10} \right) = B$$

$$41,40^\circ = B$$

Actividad

1 Resuelve los siguientes triángulos.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad \bullet 53,57^\circ = A$$

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2bc \cos A$$

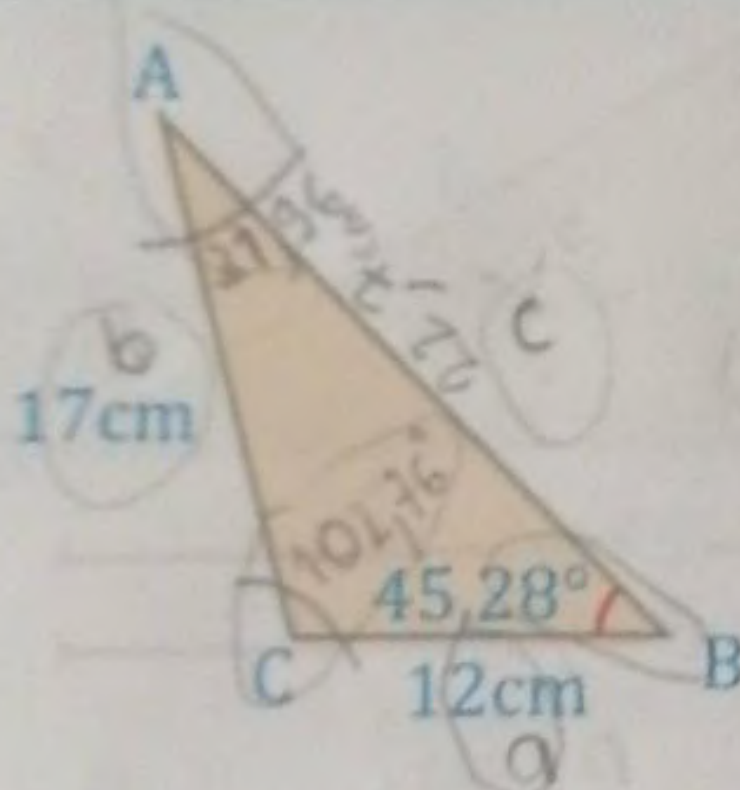
$$\bullet 59,55^\circ = B$$

(solución en el cuadrante)

$$180^\circ - 53,57^\circ - 59,55^\circ = C$$

$$\bullet 66,88^\circ = C$$

$$\cos^{-1} \left(\frac{14^2 + 15^2 - 16^2}{-2 \cdot 15 \cdot 16} \right) = A$$



$$\textcircled{1} \frac{\text{Sen} B}{b} = \frac{\text{Sen} A}{a}$$

$$\frac{45,28}{17} = \frac{\text{Sen} A}{12}$$

$$\bullet 31,96^\circ = A$$

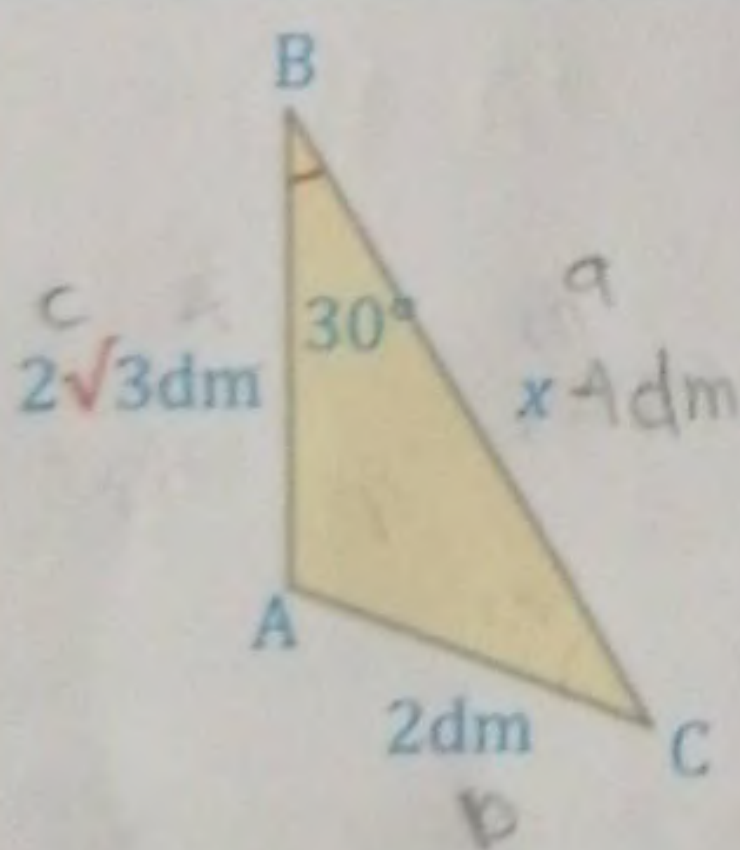
$$\textcircled{2} 180^\circ - 45,28^\circ - 31,96^\circ = C$$

$$\bullet 102,76^\circ = C$$

$$\bullet C = 22,7$$

$$\sin^{-1} \left(\frac{12 \cdot 45,28}{17} \right) = \sin^{-1} \text{Sen} A$$

(solución en el cuadrante)



$$\bullet X^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2$$

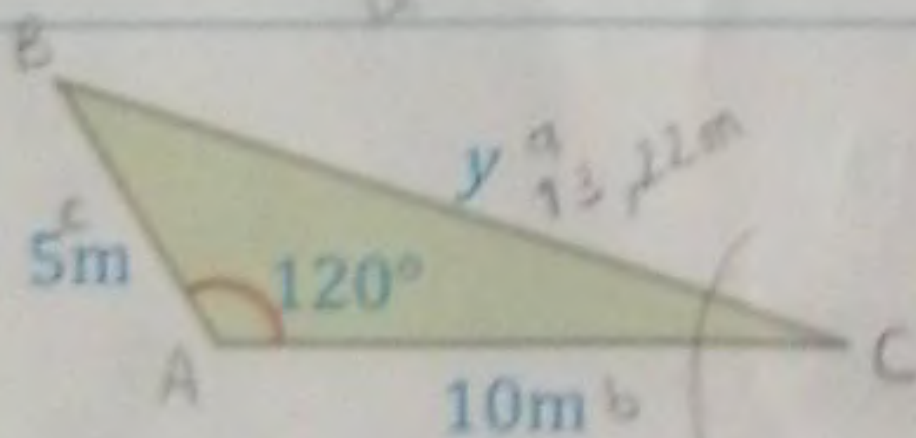
$$X^2 = 4 + 4 \cdot 3$$

$$X^2 = 4 + 12$$

$$X^2 = 16$$

$$\sqrt{X} = \sqrt{16}$$

$$X = 4$$

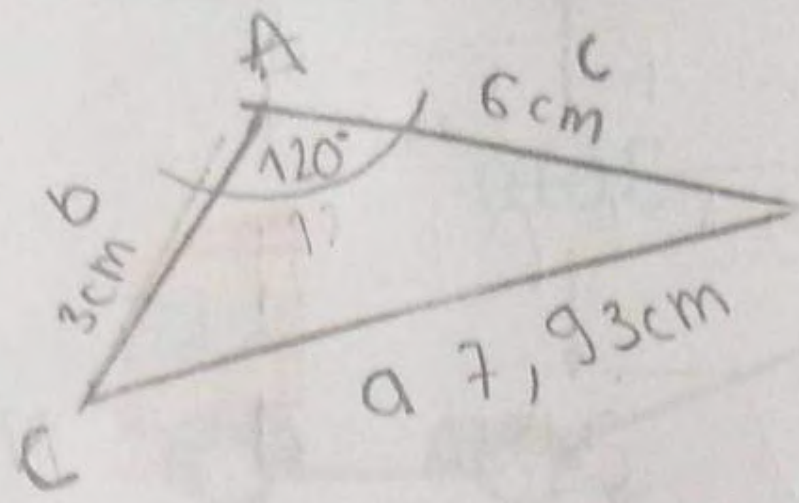
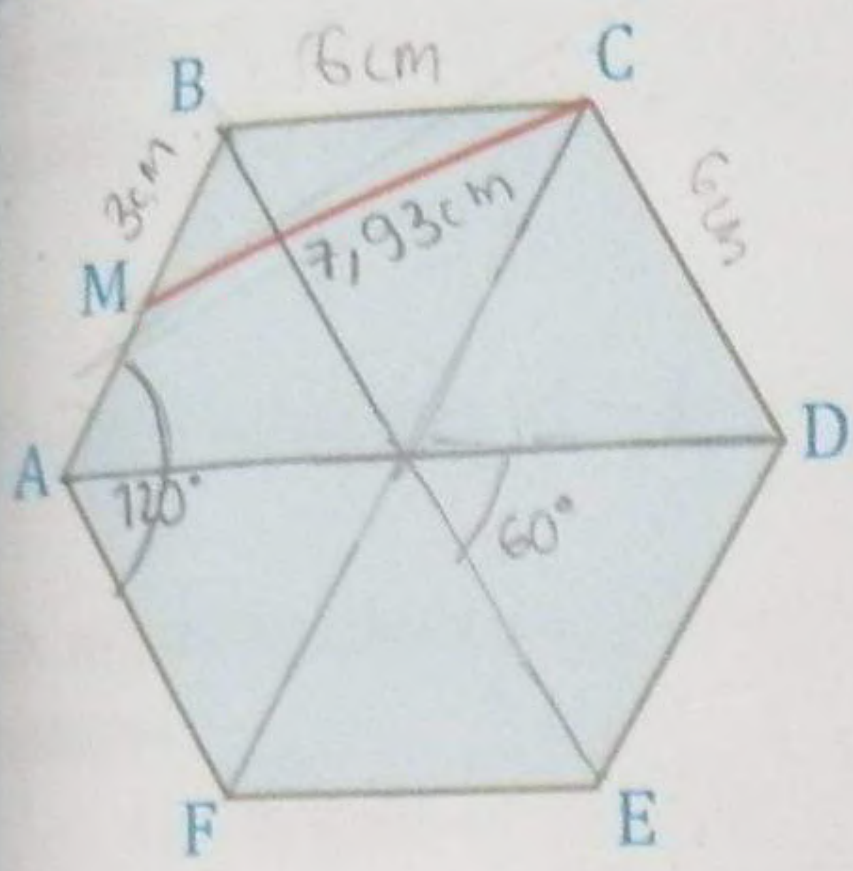


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{10^2 + 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ}$$

$$a = 13,22$$

- 3 La siguiente figura representa un hexágono regular $ABCDEF$, con 6cm de lado, donde M es el punto medio del lado AB . Calcula la medida del segmento MC .



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ}$$

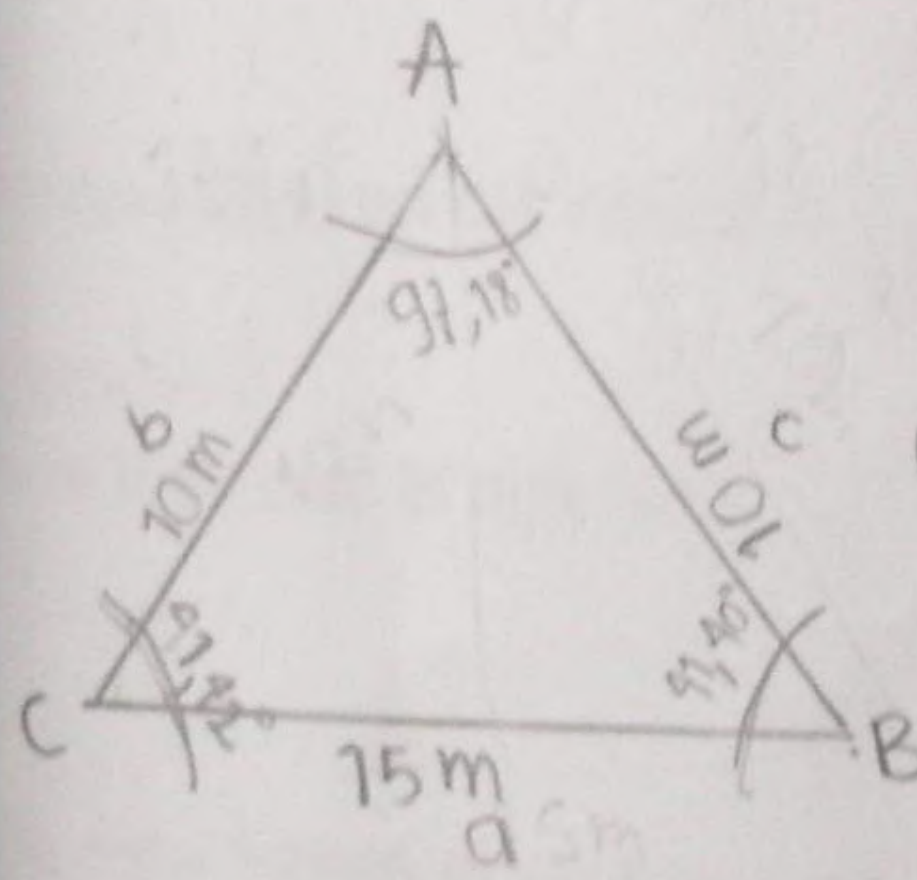
$$a = 7,93 \text{ cm}$$

R/ la medida del segmento MC es de $7,93 \text{ cm}$

55

- 4 Lee y resuelve.

- a) En una construcción, dos vigas de 10m están soldadas por sus extremos y forman un triángulo con otra viga de 15m . Halla los ángulos que forman las vigas entre sí.



$$\textcircled{1} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2bc \cos A$$

$$\cos^{-1} \left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc} \right) = \cos^{-1} \cos A$$

$$\cos^{-1} \left(\frac{15^2 - 10^2 - 10^2}{-2 \cdot 10 \cdot 10} \right) = A$$

$$\bullet 97,18^\circ = A$$

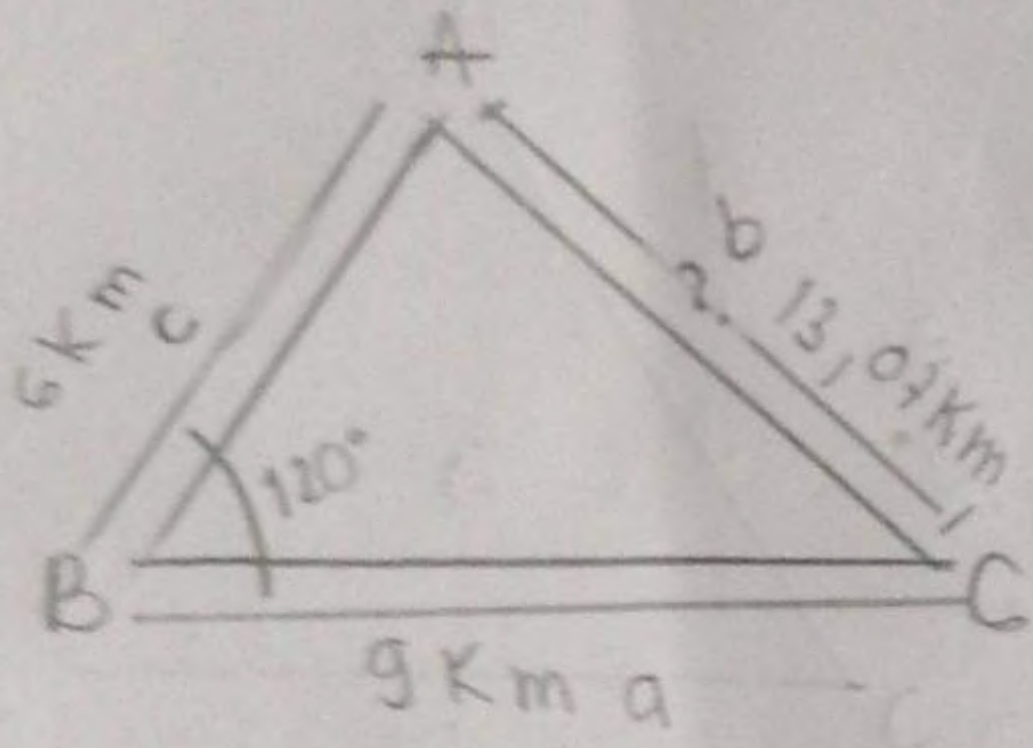
$$\bullet 41,40^\circ = B$$

(Solución en el cuadrante)

$$\textcircled{3} 180^\circ - 97,18^\circ - 41,40^\circ = C$$

$$\bullet 41,42^\circ = C$$

- b) Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y planas. La distancia entre A y B es de 6 km, entre B y C es de 9 km. El ángulo formado por ambas carreteras es 120° . ¿Cuál es la distancia entre A y C?



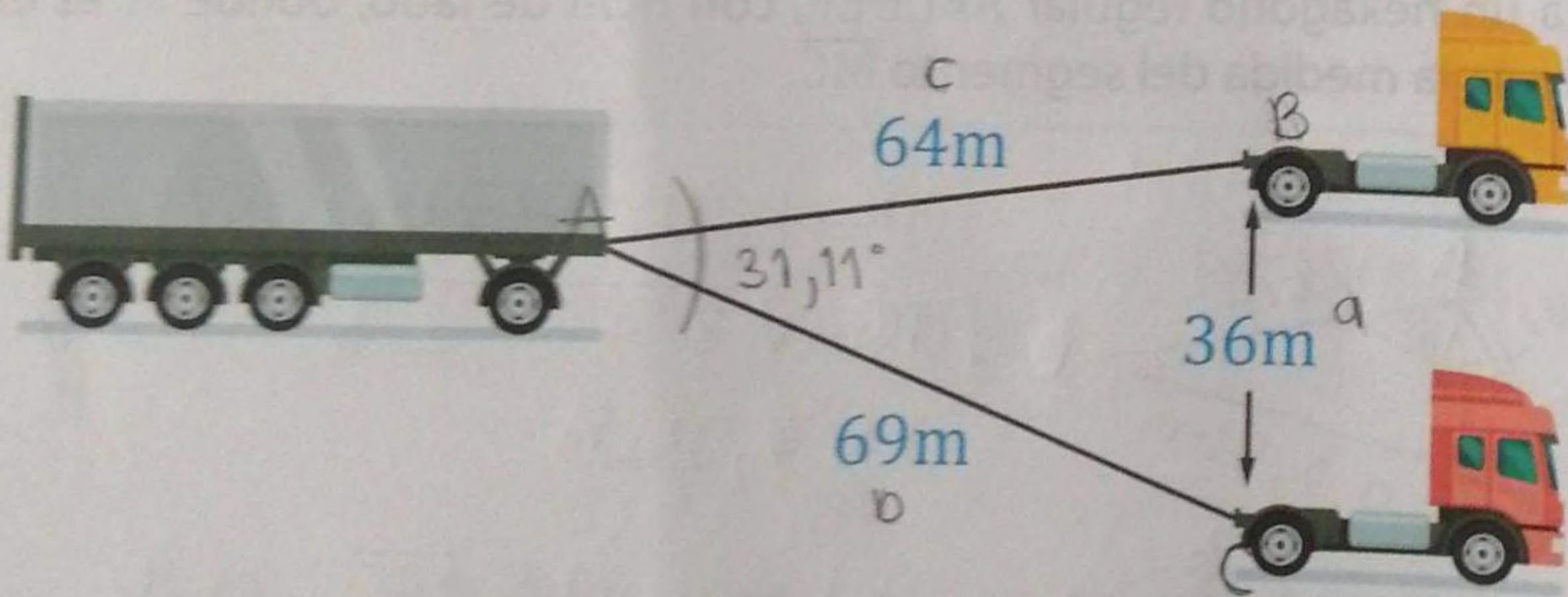
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{9^2 + 6^2 - 2 \cdot 9 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ}$$

$$b = 13,07 \text{ km}$$

La distancia entre A y C es de 13,07 km

- c) Dos remolques que están separados por 36 metros tiran de un contenedor. Si la longitud de uno de los cables es 64 m y la del otro es de 69 m, determina el ángulo que forman entre ellos.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2cb \cos A$$

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2cb \cos A$$

$$\cos^{-1} \left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2cb} \right) = \cos^{-1} \cos A$$

$$\cos^{-1} \left(\frac{36^2 - 69^2 - 64^2}{-2 \cdot 64 \cdot 69} \right) = A$$

$$31,11^\circ = A$$