

Primero, se calcula la medida de b .
 Luego, se aplica la ley de senos, así:

$$\frac{\text{sen } 40^\circ}{b} = \frac{\text{sen } 87^\circ}{4,5} \text{ de donde } b = \frac{4,5 (\text{sen } 40^\circ)}{\text{sen } 87^\circ}$$

Finalmente, se simplifica y se obtiene que la medida de b es aproximadamente 2,9 cm.



D Escribe V, si la proposición es verdadera o F, si es falsa. Justifica tu respuesta.

La ley de senos solo se puede aplicar en triángulos no rectángulos. F

se puede aplicar a triángulos rectángulos

Si los lados de un triángulo son a , b y c y los ángulos opuestos son α , β y γ respectivamente, entonces se cumple que $a \cdot \text{sen } \alpha = b \cdot \text{sen } \beta$. F

50

la forma correcta es $\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta}$

La razón trigonométrica seno, en un triángulo rectángulo, es un caso particular de la ley de senos. V

ley de seno = $\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta}$

triángulo rectángulo =

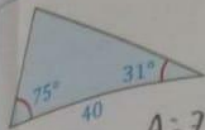
$$h = \frac{b}{\text{sen } \beta} \quad \frac{h}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta}$$

Si los ángulos α y β de un triángulo son complementarios, y a , b son los lados opuestos respectivamente, entonces se cumple que: $b \cdot \text{cos } \beta = a \cdot \text{sen } \beta$. F

falso, ya que está aplicando coseno el cual no corresponde

$$\frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{a}{\text{sen } \alpha}$$

2 Resuelve los siguientes triángulos.

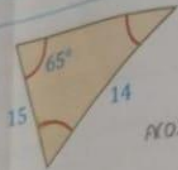


$a = 40,1$
 $b = 21,4$
 $c = 40$
 $A = 75^\circ$
 $B = 31^\circ$
 $C = 74^\circ$

$$180 - 31 - 75 = 74^\circ$$

$$\frac{40}{\sin(74^\circ)} = \frac{b}{\sin(31^\circ)} \Rightarrow \frac{40 \times \sin(31^\circ)}{\sin(74^\circ)} = 21,4$$

$$\frac{40}{\sin(74^\circ)} = \frac{a}{\sin(75^\circ)} \Rightarrow \frac{40 \times \sin(75^\circ)}{\sin(74^\circ)} = 40,1$$

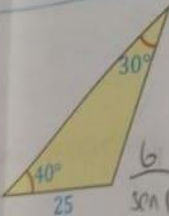


$$\frac{\sin(65^\circ)}{15} = \frac{\sin(76^\circ)}{14} \Rightarrow 15 \times \frac{\sin(65^\circ)}{14} = \sin(76^\circ)$$

$$\arcsen\left(\frac{15 \times \sin(65^\circ)}{14}\right) = 76^\circ$$

$$\frac{15}{\sin(76^\circ)} = \frac{a}{\sin(65^\circ)} \Rightarrow a = 14 \times \frac{\sin(65^\circ)}{\sin(76^\circ)} = 9,68$$

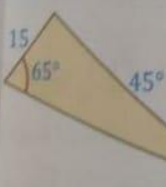
$a = 9,68$
 $b = 14$
 $c = 15$
 $A = 39^\circ$
 $B = 65^\circ$
 $C = 76^\circ$



$$\frac{25}{\sin(30^\circ)} = \frac{c}{\sin(110^\circ)} \Rightarrow c = \frac{25 \times \sin(110^\circ)}{\sin(30^\circ)} = 32,1$$

$$\frac{b}{\sin(110^\circ)} = \frac{25}{\sin(30^\circ)} \Rightarrow b = \frac{25 \times \sin(110^\circ)}{\sin(30^\circ)} = 46,95$$

$a = 25$
 $b = 46,95$
 $c = 32,1$
 $A = 30^\circ$
 $B = 110^\circ$
 $C = 40^\circ$



$$\frac{\sin(65^\circ)}{15} = \frac{\sin(A)}{45} \Rightarrow \arcsen\left(\frac{15 \times \sin(65^\circ)}{45}\right) = \sin(A) \Rightarrow 17,58^\circ$$

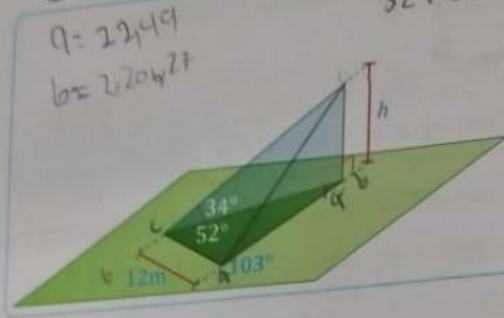
$$a = 45 \times \frac{\sin(17,58^\circ)}{\sin(65^\circ)} = 17,58$$

$$\frac{a}{\sin(17,58^\circ)} = \frac{45}{\sin(65^\circ)} \Rightarrow a = 17,58$$

$a = 17,58$
 $b = 49,2$
 $c = 45$
 $A = 17,58^\circ$
 $B = 97,4^\circ$
 $C = 65^\circ$

3 El volumen V de la pirámide triangular recta que se muestra en la siguiente figura, está expresado en la expresión $V = \frac{1}{3}Bh$, donde B es el área de la base y h es la altura de la pirámide.

- Halla la altura de la pirámide
- Calcula el volumen de la pirámide.



$$a = 22,49$$

$$b = 220,27$$

$$52^\circ + 103^\circ + 25 = 180$$

$$\frac{12}{\sin(25^\circ)} = \frac{a}{\sin(103^\circ)} \rightarrow a = 12 \times \frac{\sin(103^\circ)}{\sin(25^\circ)}$$

$$\tan\left(\frac{h}{a}\right) \rightarrow h = a \times \tan\left(\frac{h}{a}\right) = \frac{12 \times \sin(103^\circ)}{\sin(25^\circ)} \times \tan(34^\circ)$$

4 Resuelve los siguientes problemas.

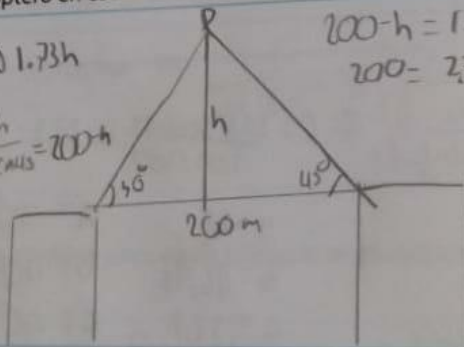
- Un helicóptero busca aterrizar en medio de dos casas que se encuentran separadas por 200 m. Si se mide el ángulo de elevación desde cada casa hasta el punto P en el que se ubica el helicóptero en un instante dado, se obtienen las medidas 30° y 45° . ¿A qué altura se encuentra el helicóptero en ese momento?

$$x = \frac{h}{\sin(30^\circ)} \Rightarrow 1.73h$$

$$\frac{(200-x)}{\sin(45^\circ)} = \frac{h}{\sin(45^\circ)} = 200-h$$

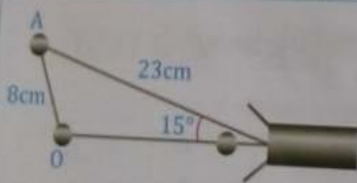
$$200-h = 1.73h \rightarrow 200 = 1.73h + h$$

$$200 = 2.73h \rightarrow h = \frac{200}{2.73} = 73,26$$



Altura = 73,26

- En un automóvil, la manivela del cigüeñal tiene 8 cm de longitud y la biela tiene 23 cm. Cuando el ángulo OPA es de 15° , ¿qué tan lejos está el pistón P del centro O del cigüeñal?



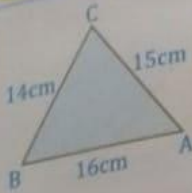
$$\frac{8}{\sin(15^\circ)} = \frac{23}{\sin(\theta)} = \arcsin\left(\frac{23 \sin(15^\circ)}{8}\right) = 117^\circ$$

$$\frac{8}{\sin(15^\circ)} = \frac{x}{\sin(117^\circ)} \rightarrow x = \frac{8 \times \sin(117^\circ)}{\sin(15^\circ)} = 27,5$$

Solución: la distancia es de 27,5 cm



1 Resuelve los siguientes triángulos.



$$\cos^{-1}\left(\frac{15^2 - 14^2 - 16^2}{-2 \cdot 14 \cdot 16}\right) = B \quad B = 39,5$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{14^2 - 15^2 - 16^2}{-2 \cdot 15 \cdot 16}\right) = A \quad A = 53,5$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{16^2 - 15^2 - 14^2}{-2 \cdot 15 \cdot 14}\right) = C \quad C = 66,8$$

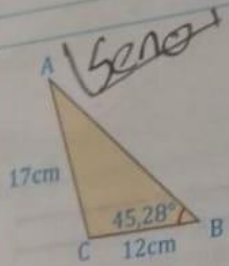
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

a = 14	A = 53,5
b = 15	B = 39,5
c = 16	C = 66,8

2 Real
Los
un



Senos

$$\frac{\sin(45,28^\circ)}{17} = \frac{\sin(A)}{12} = \frac{12 \cdot \sin(45,28^\circ)}{17} = 0,501$$

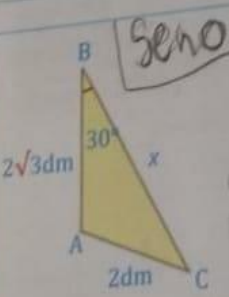
$$\sin^{-1}(0,501) = 30,066^\circ$$

$$\frac{c}{\sin(109^\circ)} = \frac{12}{\sin(30^\circ)} \Rightarrow \frac{12 \cdot \sin(109^\circ)}{\sin(30^\circ)}$$

a = 12 A = 30°
b = 17 B = 45,28°
c = 23 C = 105°

3

54

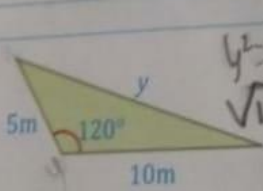


Senos

$$\frac{\sin(30^\circ)}{2\sqrt{3}} = \frac{\sin(C)}{3,46} \Rightarrow \frac{3,46 \cdot \sin(30^\circ)}{2} = 0,865 \Rightarrow \sin^{-1}(0,865) = 59,8$$

$$\frac{A}{\sin(109^\circ)} = \frac{2}{\sin(30^\circ)} \Rightarrow \frac{2 \cdot \sin(109^\circ)}{\sin(30^\circ)}$$

a = 4 A = 10,2
b = 2 B = 30
c = 3,4 C = 39,8

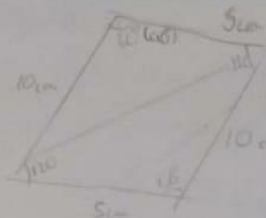


$$y^2 = 10^2 + 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \cos(120^\circ) = 175$$

$$\sqrt{175} = 13,2$$

2 Realiza la figura y resuelve.

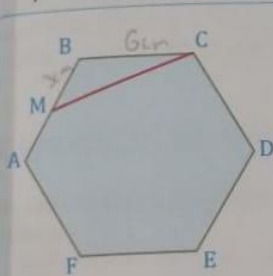
Los dos lados consecutivos de un paralelogramo miden 5 cm y 10 cm, respectivamente, y forman un ángulo entre sí de 120° . Calcula las medidas de las diagonales del paralelogramo.



$$\begin{aligned} \cos(120^\circ) &= \frac{d}{10} \\ d &= 10 \cos(120^\circ) \\ d &= 10 \cdot (-\frac{1}{2}) \\ d &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(120^\circ) &= \frac{d}{10} \\ d &= 10 \sin(120^\circ) = 8.66 \\ d &= 10 \sin(60^\circ) = 8.66 \end{aligned}$$

3 La siguiente figura representa un hexágono regular $ABCDEF$, con 6 cm de lado, donde M es el punto medio del lado AB . Calcula la medida del segmento MC .



$$C^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos(120^\circ) = 63$$

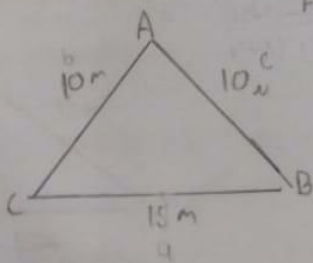
$$\sqrt{63} = 7.93$$

el segmento MC mide: 7.93

4 Lee y resuelve.

a En una construcción, dos vigas de 10 m están soldadas por sus extremos y forman un triángulo con otra viga de 15 m. Halla los ángulos que forman las vigas entre sí.

$$\begin{aligned} a &= 15 & A &= 97.181 \\ b &= 10 & B &= 41.4 \\ c &= 10 & C &= 41.4 \end{aligned}$$



$$A: 15^2 = 10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos(A)$$

$$\frac{15^2 + 10^2 - 15^2}{-2 \cdot 10 \cdot 10} = -0.125$$

$$\cos^{-1}(-0.125) = 97.181$$

$$B: 10^2 = 15^2 + 10^2 - 2 \cdot 15 \cdot 10 \cdot \cos(B)$$

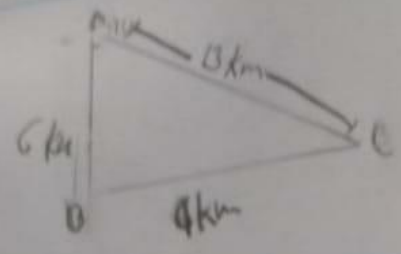
$$\frac{10^2 + 10^2 - 15^2}{-2 \cdot 15 \cdot 10} = 0.75$$

$$\cos^{-1}(0.75) = 41.4$$

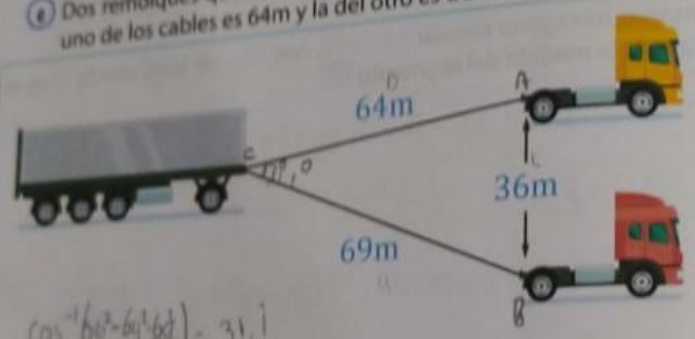
b) Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y planas. La distancia entre A y B es de 6 km, entre B y C es de 9 km. El ángulo formado por ambas carreteras es 120° . Encuentra la distancia entre A y C.

$$AC^2 = 6^2 + 9^2 - 2 \times 6 \times 9 \times \cos(120^\circ)$$

$$\sqrt{171} = 13,07$$



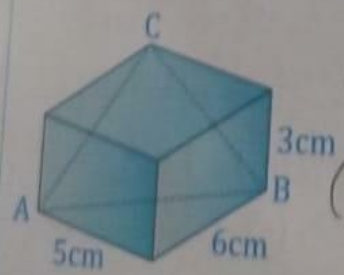
c) Dos remolques que están separados por 36 metros tiran de un contenedor. Si la longitud de uno de los cables es 64 m y la del otro es de 69 m, determina el ángulo que forman entre ellos.



56

$$\cos^{-1} \left(\frac{64^2 + 69^2 - 36^2}{2 \times 64 \times 69} \right) = 31,1^\circ$$

d) Un sólido rectangular tiene lados como se indica en la imagen. Encuentra $m \angle CAB$.



$$AC^2 = (6 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 = \sqrt{45} = 6,70$$

$$AB = (5 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 = \sqrt{34} = 5,83 \text{ cm}$$

$$CB^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \times AC \times AB \times \cos \angle CAB$$

$$\cos \angle CAB = \frac{AC^2 + AB^2 - CB^2}{2 \times AC \times AB} = \frac{(6,70)^2 + (5,83)^2 - 7^2}{2 \times 6,70 \times 5,83}$$

$$\cos \angle CAB = 0,683 \quad R = \angle CAB = 33,9^\circ$$