

Module Page 35

A) $a_n = 5n$

$$a_1 = 5 \times 1 \\ = 5$$

$$a_2 = 5 \times 2 \\ = 10$$

$$a_3 = 5 \times 3 \\ = 15$$

$$a_4 = 5 \times 4 \\ = 20$$

$$a_5 = 5 \times 5 \\ = 25$$

B) $a_n = (-1)^2 (2n)$

$$a_1 = (-1)^2 (2 \times 2)$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = (-1)^2 (2 \times 2)$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = (-1)^2 (2 \times 3)$$

$$a_3 = 6$$

$$a_4 = (-1)^2 (2 \times 4)$$

$$a_4 = 8$$

$$a_5 = (-1)^2 (2 \times 5)$$

$$a_5 = 10$$

$$c) a_n = 2^n + 1^5$$

$$a_1 = 2^1 + 1^5$$

$$a_1 = 2 + 1$$

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = 2^2 + 3^3$$

$$a_2 = 4 + 8$$

$$a_2 = 12$$

$$a_3 = 2^3 + 4^3$$

$$a_3 = 8 + 64$$

$$a_3 = 72$$

$$a_4 = 2^4 + 4^3$$

$$a_4 = 16 + 64$$

$$a_4 = 80$$

$$a_5 = 2^5 + 5^3$$

$$a_5 = 32 + 125$$

$$a_5 = 157$$

$$d) a_n = \frac{3^n}{1+2^n}$$

$$a_1 = \frac{3^1}{1+2^1}$$

$$= \frac{3}{1+2}$$

$$= \frac{3}{3}$$

$$= 1$$

$$a_2 = \frac{3 \times 2}{1 + 2 \times 2} = \frac{6}{1 + 4} = \frac{6}{5}$$

$$a_3 = \frac{3 \times 3}{1 + 2 \times 3} = \frac{9}{1 + 6} = \frac{9}{7}$$

$$a_4 = \frac{3 \times 4}{1 + 2 \times 4} = \frac{3 \times 4}{1 + 8} = \frac{3 \times 4}{9} = \frac{4}{3}$$

$$a_5 = \frac{3 \times 5}{1 + 2 \times 5} = \frac{15}{1 + 10} = \frac{15}{11}$$

$$E) a_n = (-1)^n (5n - 3)$$

$$a_1 = -(-1)^1 (5 \times 1 - 3)$$

$$= -(-1) \cdot 2$$

$$= 1 \cdot 2$$

$$= 2$$

$$a_2 = -(-1)^2 (5 \times 2 - 3) = -1 \cdot 7$$

$$= -1 (5 \times 2 - 3) = -7$$

$$= -1 (10 - 3)$$

$$a_3 = -(-1)^3 (5 \times 3 - 3)$$

$$= -(-1) (5 \times 3 - 3)$$

$$= -(-1) (15 - 3)$$

$$= 1 \cdot 12$$

$$= 12$$

$$a_4 = -(-1)^4 (5 \times 4 - 3)$$

$$= -1 (5 \times 4 - 3)$$

$$= -1 (20 - 3)$$

$$= -1 \cdot 17$$

$$= -17$$

$$a_5 = -(-1)^5 (5 \times 5 - 3)$$

$$= -1 (5 \times 5 - 3)$$

$$= -1 (25 - 3)$$

$$= -1 \cdot 22$$

$$= -22$$

$$f) a_n = n^2 + n^2 + 2n + 1$$

$$a_1 = 1^2 + 1^2 + 2 \times 1 + 1$$

$$= 1 + 1 + 2 + 1$$

$$= 1 + 1 + 2 + 1$$

$$= 5$$

$$a_2 = 2^2 + 2^2 + 2 \times 2 + 1$$

$$= 2^2 + 4 + 1$$

$$= 8 + 4 + 1$$

$$= 13$$

$$a_3 = 3^2 + 3^2 + 2 \times 3 + 1$$

$$= 27 + 9 + 6 + 1$$

$$= 43$$

$$a_4 = 4^2 + 4^2 + 2 \times 4 + 1$$

$$= 256 + 16 + 8 + 1$$

$$= 281$$

$$\begin{aligned} a_5 &= 5^5 + 5^2 + 2 + 8 + 1 \\ &= 3125 + 25 + 10 + 1 \\ &= 3761 \end{aligned}$$

$$6) a_n = 4 + (-4)^n$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 4 + (-4)^1 \\ &= 4 - 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= 4 + (-4)^2 \\ &= 4 + 16 \\ &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_3 &= 4 + (-4)^3 \\ &= 4 - 64 \\ &= -60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_4 &= 4 + (-4)^4 \\ &= 4 + 256 \\ &= 260 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_5 &= 4 + (-4)^5 \\ &= 4 - 1024 \\ &= -1020 \end{aligned}$$

$$H) a_n = 7 + \frac{1}{3^n}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 + \frac{1}{3^1} \\ &= 7 + \frac{1}{3} \\ &= \frac{22}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= 7 + \frac{1}{3^2} \\ &= 7 + \frac{1}{9} \\ &= \frac{64}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 43 &= 7 \times 2^2 \\
 &= 7 \times 2^2 \\
 &= \frac{710}{27}
 \end{aligned}$$

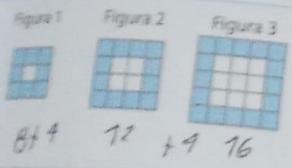
$$\begin{aligned}
 44 &= 7 \times 2^2 \\
 &= 7 \times 2^2 \\
 &= \frac{568}{81}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 45 &= 7 \times 2^2 \\
 &= 7 \times 2^2 \\
 &= \frac{1702}{273}
 \end{aligned}$$

...descrito por Fibonacci como la sucesión de conejos. "Certo hombre tiene un par de conejos y desea saber a partir de este par en un año cuando nacen, cada pareja necesita un mes para obtener prole otra pareja"

...en forma recursiva como $c_n = 1, c_1 = 2$

2 Observa la figura. ¿Qué expresión determina la cantidad de azulejos en la figura n?



$f_n = n^2$
 $4(1) + 4 = 8$
 $4(2) + 4 = 12$
 $4(3) + 4 = 16$

3 Encuentra el término indicado en cada sucesión.

- a) $a_1 = 3, a_n = 3y a_{n-1} = -2 + a_{n-1}$
- b) $b_1 = 0,25, b_n = 0,25 y b_{n-1} = 4b_{n-1}$
- c) $c_1 = 2, c_n = 2y c_{n-1} = c_{n-1}$
- d) $d_1 = 0, d_n = 1 y d_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$

a) $a_1 = 3$
 $a_2 = 5$
 $a_3 = 7$
 $a_4 = 9$

c) $c_1 = 2$
 $c_2 = 2$
 $c_3 = 2$
 $c_4 = 2$

b) $b_1 = 0,25$
 $b_2 = 0,25 \cdot 4 = 1$
 $b_3 = 1 \cdot 4 = 4$
 $b_4 = 4 \cdot 4 = 16$
 $b_5 = 16 \cdot 4 = 64$
 $b_6 = 64 \cdot 4 = 256$

d) $q_3 = 2 \cdot 1 + 0 = 2$
 $q_4 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$
 $q_5 = 2 \cdot 5 + 2 = 12$

4 Deduce la fórmula del término general de cada sucesión.

- a) 7, 14, 21, 28
- b) 2, 4, 6, 8
- c) 3, 9, 15, 21, 27

Sucesiones aritméticas

Una sucesión aritmética es aquella en la que se suma al término anterior un número constante.

La cantidad constante que se suma a un término cualquiera de la sucesión se llama diferencia.

Por ejemplo, la sucesión $-4, -1, 2, 5, \dots$ es aritmética con diferencia 3.

Es decir, $-1 - (-4) = 3; 2 - (-1) = 3; \dots$

Como cada término de la sucesión es igual al término anterior más la diferencia, entonces, la expresión general de una sucesión aritmética es:

Término general de una progresión aritmética
 En general, dada una progresión aritmética con diferencia d , el término general puede escribirse como:

$a_1 = a_1$
 $a_2 = a_1 + d$
 $a_3 = a_1 + d + d = (a_1 + d) + d = a_2 + d$
 $a_4 = a_1 + d + d + d = (a_1 + 2d) + d = a_3 + d$

36

$6^3 = 1 \cdot 4 = 4$
 $6^4 = 4 \cdot 4 = 16$
 $6^5 = 16 \cdot 4 = 64$
 $6^6 = 64 \cdot 4 = 256$

4 Deducir la fórmula del término general de cada sucesión.

a) 7, 14, 21, 28, ...
 b) 4, 5, 6, 7, 8, ...
 c) $\frac{2}{2}, \frac{4}{5}, \frac{6}{8}, \frac{8}{11}, \dots$
 d) 3, 6, 12, 24, 48, ...
 e) 3, 8, 15, 24, 35, ...
 f) $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{9}{8}, \frac{16}{11}, \dots$

A) $7n + 7$

$7(1) + 7 = 14$
 $7(2) + 7 = 21$
 $7(3) + 7 = 28$

B) $1 + 3 = 4$

$(2) + 3 = 5$
 $(3) + 3 = 6$
 $(4) + 3 = 7$
 $(5) + 3 = 8$

1) $a_n = a_1 r^{n-1}$
 $a_1 = (3/2)^{1-1} = 3$
 $a_2 = (3/2)^{2-1} = 6$
 $a_3 = (3/2)^{3-1} = 12$
 $a_4 = (3/2)^{4-1} = 24$
 $a_5 = (3/2)^{5-1} = 48$

C) $2^2 - 13^2 - 14^2 - \dots$
 $15^2 - 16^2 - 17^2 - \dots$
 $1 \dots$
 $a_n = (n+1)^2 - 1$

Término general de una progresión aritmética:
 $a_n = a_1 + (n-1)d$
 En general, dada una progresión aritmética, se puede escribir:
 $a_1 = a_1$
 $a_2 = a_1 + d$
 $a_3 = a_1 + d + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$
 $a_4 = a_1 + d + d + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$
 \dots
 $a_n = a_1 + (n-1)d$

Ejemplos

1. Determinar cuáles de las siguientes sucesiones son aritméticas.

a. $a_1 - a_2 = 15 - 20 = -5$

La sucesión es una sucesión aritmética.

$a_2 - a_1 = 15 - 20 = -5$
 $a_3 - a_2 = 10 - 15 = -5$
 $a_4 - a_3 = 5 - 10 = -5$

La diferencia d de la sucesión es -5 .

b. 4, -5, 6, -7, ...

Esta sucesión no es una progresión aritmética porque los términos consecutivos no tienen la misma diferencia.

7 Determina cuánto dinero reciben cuatro hermanos, si cada uno, después del mayor, recibirá \$40.000 menos, y además el dinero que se distribuye es de \$2.000.000.

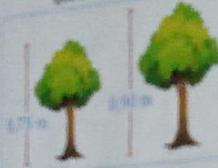
$H_1 = x$
 $H_2 = x - 40.000$
 $H_3 = x - 40.000 - 40.000 = x - 80.000$
 $H_4 = x - 80.000 - 40.000 = x - 120.000$
 $4x - 240.000 = 2.000.000$

$H_1 = 560.000$
 $H_2 = 560.000 - 40.000 = 520.000$
 $H_3 = 560.000 - 80.000 = 480.000$
 $H_4 = 560.000 - 120.000 = 440.000$
 $= 2.000.000$
 $4 \times 2.240.000$



Lee el enunciado, luego responde.

Un árbol crece cada año un 20%. Si al comenzar el año su altura era de 1,75 m, ¿cuánto que alcanzará el árbol al cabo de 10 años?



$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$
$$a_{10} = 1,75 \cdot (1,2)^{10-1}$$
$$a_{10} = 1,75 \cdot (1,2)^9$$
$$a_{10} = 3,82$$

Las puntas medias de los lados de un cuadrado con perímetro de 24 cm son los vértices de un segundo cuadrado, y los puntos medios de los lados del segundo cuadrado son los de un tercer cuadrado y así sucesivamente, hasta el décimo cuadrado. Halla el área del cuadrado.

6	3,055	$7(x) = 6-1+6$
4,21	0,745	$= 6+6$
6,98	0,526	14,9
2,71	0,371	
1,492	0,262	$\frac{6}{2} = 3,29$

la sumatoria y toma los valores...

Propiedades de la sumatoria
Dados las sucesiones $\{x\}$ y $\{y\}$

$$\sum (x + y) = \sum x + \sum y$$

Para verificar esta propiedad

$$\sum (x + y) = (x + y) + (x + y) + \dots + (x + y) + \dots$$
$$= \sum x + \sum y$$

Por tanto $\sum (x + y) = \sum x + \sum y$

$$\sum (x - y) = \sum x - \sum y$$

$$\sum kx = k \sum x$$

$$\sum c = n \cdot c$$