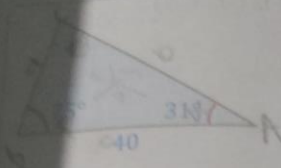


Resuelve los siguientes triángulos.



$$\theta = 180 - 90 - 74$$

$$\theta = 16$$

$$\frac{d}{\sin 31^\circ} = \frac{40}{\sin 74^\circ}$$

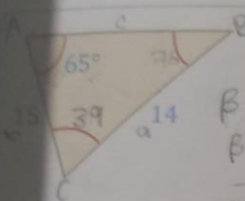
$$d = \frac{40 \cdot \sin 31^\circ}{\sin 74^\circ}$$

$$d = 21.43$$

$$\frac{b}{\sin 31^\circ} = \frac{21.43}{\sin 74^\circ}$$

$$b = \frac{21.43 \cdot \sin 31^\circ}{\sin 74^\circ}$$

$$b = 10.19$$



$$\frac{\sin 65^\circ}{14} = \frac{\sin \beta}{c}$$

$$\beta = \text{Arcsen}\left(\frac{14 \cdot \sin 65^\circ}{c}\right)$$

$$\beta = 76$$

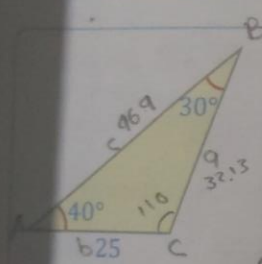
$$\frac{c}{\sin 39^\circ} = \frac{14}{\sin 65^\circ}$$

$$c = \frac{14 \cdot \sin 39^\circ}{\sin 65^\circ}$$

$$c = 9.72$$

$$180 - 65 - 76$$

$$\theta = 39$$



$$\theta = 180 - 30 - 40$$

$$\theta = 110$$

$$\frac{a}{\sin 40^\circ} = \frac{25}{\sin 30^\circ}$$

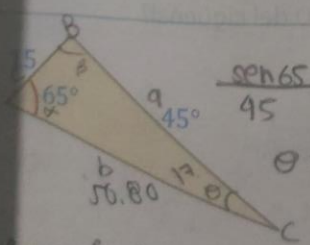
$$a = \frac{25 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$a = 32.13$$

$$\frac{c}{\sin 110^\circ} = \frac{32.13}{\sin 40^\circ}$$

$$c = \frac{32.13 \cdot \sin 110^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$c = 46.9$$



$$\frac{\sin 65^\circ}{15} = \frac{\sin \theta}{a}$$

$$\theta = \text{Arcsen}\left(\frac{15 \cdot \sin 65^\circ}{a}\right)$$

$$\theta = 17.58$$

$$\theta = 17$$

$$\frac{b}{\sin 45^\circ} = \frac{15}{\sin 70^\circ}$$

$$b = \frac{15 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 70^\circ}$$

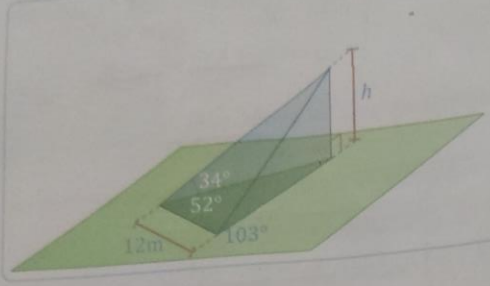
$$b = 50.80$$

$$\beta = 180 - 65 - 17$$

$$\beta = 98$$

3 El volumen V de la pirámide triangular recta es $V = \frac{1}{3} Bh$, donde B es el área de la base y h es la altura.

- a) Halla la altura de la pirámide
- b) Calcula el volumen de la pirámide.



4 Resuelve los siguientes problemas.

- a) Un helicóptero busca aterrizar en medio de dos casas que se encuentran separadas 200 m. Si se mide el ángulo de elevación desde cada casa hasta el punto P en el que se encuentra el helicóptero en un instante dado, se obtienen las medidas 30° y 45° . ¿A qué altura se encuentra el helicóptero en ese momento?

$$\frac{x}{\sin(60^\circ)} = \frac{h}{\sin(20^\circ)}$$

$$x = \frac{h \cdot \sin(60^\circ)}{\sin(20^\circ)}$$

$$x = 1.73h$$

$$\frac{200 - x}{\sin(45^\circ)} = \frac{h}{\sin(45^\circ)}$$

$$200 - x = h$$

$$y = 200 - h$$

$$200 - h = 1.73h$$

$$200 = 1.73h + h$$

$$200 = 2.73h$$

$$h = \frac{200}{2.73}$$

$$h = 73.26 \text{ m}$$

- b) En un automóvil, la manivela del cigüeñal tiene 8 cm de longitud y la biela tiene 23 cm. Cuando el ángulo OPA es de 15° , ¿qué tan lejos está el pistón P del centro O del cigüeñal?

$$\frac{\sin(15^\circ)}{8 \text{ cm}} = \frac{\sin(\theta)}{23 \text{ cm}}$$

$$\theta = \text{Arcsen}\left(\frac{23 \times \sin(15^\circ)}{8}\right)$$

$$\theta = 48^\circ$$

$$\alpha = 180 - 15 - 48$$

$$\alpha = 117^\circ$$

$$\frac{a}{\sin(117^\circ)} = \frac{8}{\sin(15^\circ)}$$

$$a = \frac{8 \times \sin(117^\circ)}{\sin(15^\circ)}$$

$$a = 27.54 \text{ cm}$$

Luego, se aplica la ley de senos, así

$$\frac{\text{sen } 40^\circ}{b} = \frac{\text{sen } 67^\circ}{4.5} \text{ de donde } b = \frac{4.5 (\text{sen } 40^\circ)}{\text{sen } 67^\circ}$$

Finalmente, se simplifica y se obtiene que la medida de b es aproximadamente 2.9 cm



• Escribe V, si la proposición es verdadera o F, si es falsa, en la respuesta.

- La ley de senos solo se puede aplicar en triángulos no rectángulos. F

Un lado sobre seno del ángulo opuesto es constante para cualquier ángulo

50

- Si los lados de un triángulo son a , b y c y los ángulos opuestos son α , β y γ respectivamente, entonces se cumple que $a \cdot \text{sen } \alpha = b \cdot \text{sen } \beta$. F

el teorema del seno expresa que el cociente entre un lado y el seno del ángulo opuesto es constante para todo triángulo

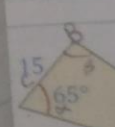
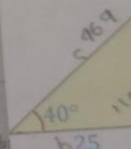
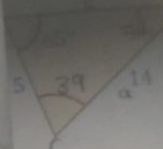
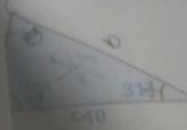
- La razón trigonométrica seno, en un triángulo rectángulo, es un caso particular de la ley de senos. V

el ángulo opuesto a la hipotenusa es un ángulo recto

$$\frac{h}{\text{sen}(90^\circ)} = \frac{b}{\text{sen } B} \rightarrow \frac{h}{1} = \frac{b}{\text{sen } B} \rightarrow h = \frac{b}{\text{sen } B}$$

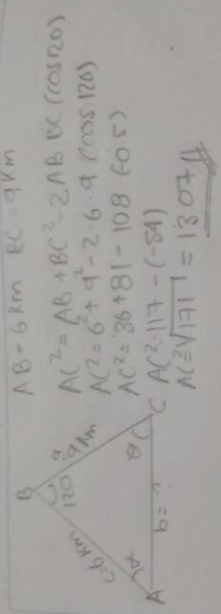
- Si los ángulos α y β de un triángulo son complementarios, y a , b son los lados opuestos respectivamente, entonces se cumple que: $b \cdot \cos \beta = a \cdot \text{sen } \beta$. V

Resuelve los siguientes

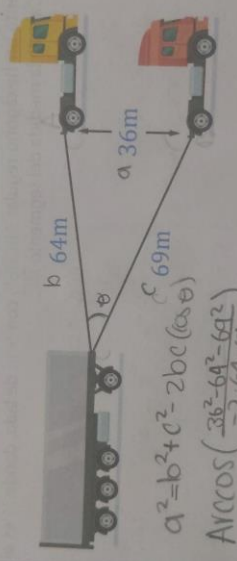


$$\beta = 180^\circ - \alpha$$
$$\beta = \alpha$$

b) Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y planas. La distancia entre A y B es de 6 km, entre B y C es de 9 km. El ángulo formado por ambas carreteras es 120° . Encuentra la distancia entre A y C.

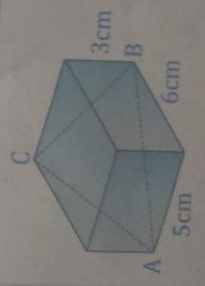


c) Dos remolques que están separados por 36 metros tiran de un contenedor. Si la longitud de uno de los cables es 64 m y la del otro es de 69 m, determina el ángulo que forman entre ellos.



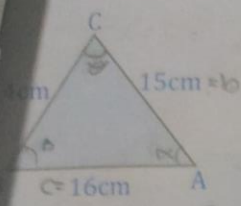
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot (\cos \theta)$
 $AC \cos \theta = \frac{36^2 - 64^2 - 69^2}{-2 \cdot 64 \cdot 69}$
 ≈ 31.12

d) Un sólido rectangular tiene lados como se indica en la imagen. Encuentra $m \cdot CAB$.





1 Resuelve los siguientes triángulos.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

$$\text{Arccos}\left(\frac{14^2 - 15^2 - 16^2}{-2 \cdot 15 \cdot 16}\right) = \alpha$$

$$\underline{53.57^\circ = \alpha}$$

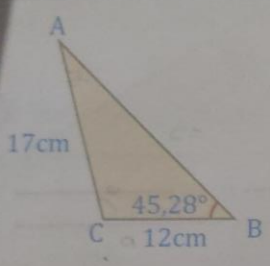
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\theta)$$

$$\text{Arccos}\left(\frac{16^2 - 14^2 - 15^2}{-2 \cdot 14 \cdot 15}\right) = \theta$$

$$\underline{66.86^\circ = \theta}$$

$$\beta = 180 - 53.57 - 66.86$$

$$\beta = \underline{59.57^\circ}$$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(45.28)$$

$$c^2 = 12^2 + 17^2 - 2 \cdot 12 \cdot 17 \cos(45.28)$$

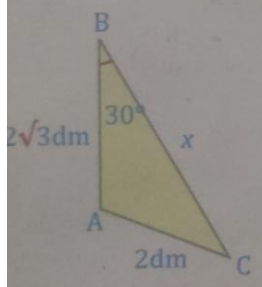
$$c^2 = 144 + 289 - 285.6$$

$$c^2 = 433 - 285.6$$

$$c^2 = 147.4$$

$$c = \sqrt{147.4}$$

$$c = \underline{12.14 \text{ cm}}$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(30)$$

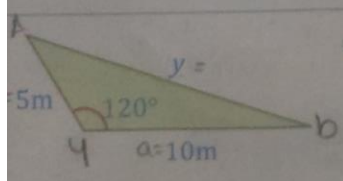
$$a^2 = 2^2 + 3.46^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3.46 \cdot 0.86$$

$$a^2 = 4 + 11.97 - 11.90$$

$$a^2 = 15.97 - 11.90$$

$$a^2 = \sqrt{4.07}$$

$$a = \underline{2.01}$$



$$y = 10^2 + 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot (\cos 120^\circ)$$

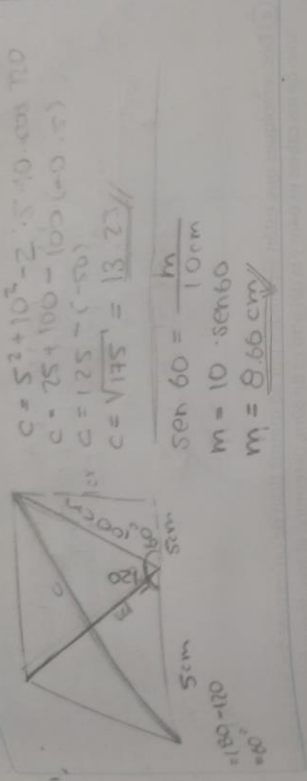
$$y = 100 + 25 - 100 \cdot (-0.5)$$

$$y = 125 - (-50)$$

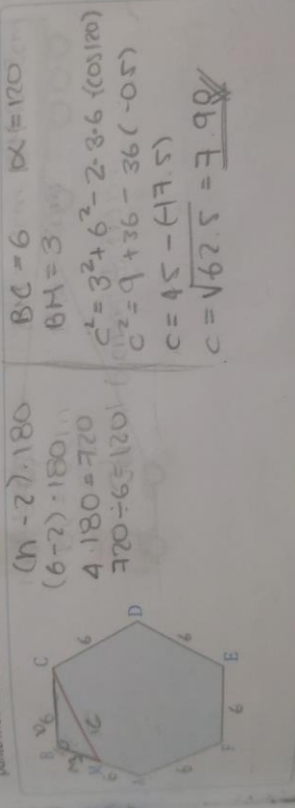
$$y = \sqrt{175}$$

$$y = \underline{13.23}$$

2 Realiza la figura y resuelve:
 Los dos lados consecutivos de un paralelogramo miden 5 cm y 10 cm, respectivamente, y forman un ángulo entre sí de 120° . Calcula las medidas de las diagonales del paralelogramo.



3 La siguiente figura representa un hexágono regular ABCDEF, con 6 cm de lado, donde M es el punto medio del lado AB. Calcula la medida del segmento MC.



4 Lee y resuelve.
 3 En una construcción, dos vigas de 10 m están soldadas por sus extremos y forman un triángulo con otra viga de 15 m. Halla los ángulos que forman las vigas entre sí.

